

從統計認知面向與圖表理解角度分析國中 數學教科書的統計內容

李健恆 楊凱琳

依據文獻上的統計認知面向與圖表理解，以內容分析法探討 2 種配合九二課綱編排的國中數學教科書版本中的統計內容。研究發現，2 種版本的教科書都能提供學生各種統計知識的學習機會，但是在統計推理和統計思考方面的能力培養較為不足；而 2 種版本教科書的統計圖表，皆提供學生從認識圖表的元素以及圖表所呈現的資訊解讀圖表的能力。但是少有讓學生對圖像資訊做延伸推論或依據需要選擇合適的方式來呈現圖表的學習機會。這可能是因為和統計主題相關的能力指標，大多著重於統計知識的認識、圖表的繪製以及資訊的直接讀取。因此，建議教科書可考慮增加統計推理與統計思考、選用圖表和利用圖像資訊做推論等學習任務，讓學生能更深入地學習統計概念以及應用統計圖表做推理分析。

關鍵詞：內容分析法、統計認知、圖表理解

收件：2011年7月21日；修改：2011年11月7日；接受：2012年3月28日

Analysis of Statistical Content in Junior High School Mathematics Textbooks Based on Statistical Cognition and Graph Comprehension

Kin-Hang Lei Kai-Lin Yang

Content analysis was used to investigate statistical cognition and graph comprehension of two textbooks edited according to 2003 curriculum guidelines. We found that the two textbooks provide substantial learning opportunities for statistical literacy; however, they provide almost no learning opportunities for statistical reasoning and thinking. Furthermore, both of the textbooks provide learning opportunities to interpret graphs by recognizing components and information displayed in graphs, but provide almost no learning opportunities to infer from graphs or choose proper graphs for different situations. This may be because the guidelines only focus on knowing statistical knowledge, drawing graphs, and retrieving information directly. To enhance the ability of students to apply statistical graphs and concepts for making inferences, it is recommended to provide students with tasks for reasoning and thinking statistically, selecting graphs and making inference by analyzing information of graphs.

Keywords: content analysis, statistical cognition, graph comprehension

Received: July 21, 2011; Revised: November 7, 2011; Accepted: March 28, 2012

壹、前言

為延續社會的發展，我們透過學校教育讓學生學習知識或培養未來適應社會所需的能力。這個目標通常經由國家訂定課程綱要來規範，然後再以教科書的形式來呈現。在教學現場，教師和學生使用教科書的比例也很高。林碧珍與蔡文煥（2005）從有關 TIMMS 2003 結果的研究指出，有 92% 的臺灣教師相當依賴教科書；Pingel（2010）指出，幾乎所有教師都主要使用教科書來準備和結構他們的課堂，並總結多位學者的研究指出教科書提供專業知識，節省時間並提供安全且可供教師和學生介紹學習的內容、範圍和順序。因此教科書是呈現學習內容的主要工具，也是提供學習機會的重要途徑。

在統計圖表、統計概念愈來愈廣泛被使用的年代，透過閱讀圖表或數據，從而進行判斷或推理一些現象的能力顯得愈來愈重要。Rumsey（2002）認為教育工作者應以讓我們的學生能成為好的「統計公民」為目標，所謂好的統計公民是指在這個訊息泛濫的年代中，要有足夠的能力去理解統計的資訊，並基於所得到的資訊能作批判性的思考和良好的判斷。因此從國小到國中義務教育階段的數學課程，統計相關能力的培養占有重要的地位，針對統計學習內容，Garfield、delMas 與 Chance（2003）以統計知識（statistical literacy）、統計推理（statistical reasoning）和統計思考（statistical thinking）來描述對統計的不同認知面向。此外，Ainley（2000）提出有關圖表（graphing）的能力也是統計課程重要的目標之一，其應當包括繪製圖表、閱讀圖表、能夠自行選擇或定義圖表作特定的內容、解讀圖表以及利用圖表作為思考工具。Friel、Curcio 與 Bright（2001）進一步提出影響圖表理解（graph comprehension）包含 4 個關鍵的因素，包括：使用圖表的目的（the purposes for using graphs）、任務特質（task characteristics）、學科特質（discipline characteristics）和閱讀者的特質

(reader characteristics)，並由圖像建構，為需要解讀數據的各種情境問題而設計好的圖像發展出圖感 (graph sense)。

教科書是呈現數學課程內容的主要工具，在教學中扮演著很重要的角色，也是提供學習機會的重要途徑。透過比較現行版本的教科書內容，可以檢視教科書是否提供學生研究數字或圖表的能力，從而解決生活中統計問題之學習機會。因此，本研究旨在依據 Garfield 等人 (2003) 對各種統計認知的定義，以及 Friel 等人 (2001) 對圖表理解的分類，分析臺灣 2 個現行版本的國中數學教科書中「統計」的相關內容，並對教學的安排、教材設計提供參考建議。根據研究目的所衍生的研究問題如下：

(一) 92 課程綱要有關統計主題的能力指標中，涵蓋哪些統計認知面向以及圖表理解的類別？

(二) 臺灣 2 個現行版本的國中數學教科書中，有多少百分比的題目分別呈現統計知識、統計推理和統計思考？

(三) 臺灣 2 個現行版本的國中數學教科書中，有多少百分比的統計附圖展現出各種圖表理解的類別？

貳、文獻探討

一、臺灣的統計課程與教材分析

(一) 臺灣國中階段的統計學習目標

在國民中小學九年一貫數學學習領域課程綱要 (92 課綱) 的基本理念下，國民教育階段協助學童發展數學智能中，就明確指出：

學生能力的發展始於流利的基礎運算和推演、對數學概念的理解，然後懂得利用推論去解決數學問題，包括理解和解決日常問題，以及在不熟悉解答方式時，懂得自尋解決問題的途徑。抽象化能力始於能運用符號、記號、

模型、圖形或其他數學語言、清楚傳達量化、邏輯關係。發展邏輯思考，用來分析證據、提出支持或否定假設的論點。啟發學生自行在不同數學概念之間做連結，並連結數學與其他學習領域。(教育部，2003：20)

我們相信統計的內容應該是不難讓學生感受到其與日常生活問題的連結性。在課程綱要所強調「帶著走」(教育部，2003：20)的能力中，在小學統計部分，希望學生畢業時「能報讀簡單統計圖形並理解其概念」(教育部，2003：23)；而在國中統計部分，希望學生畢業時，能經由簡單資料的分類整理與觀察，來建立基本的統計與機率素養，並認識各種簡易統計方法(教育部，2003：23)。國民教育各階段統計內容的能力指標，如表 1 所示。

D-1、D-2 和 D-3 是國小階段的能力指標，此階段主要是讓學生對統計有初步的概念，並學會整理生活中的資料的觀察、整理與分析，學會製作成各種不同的統計圖形；而 D-4 是國中階段的能力指標，這個階段主要認識一些簡單的統計量，由此來認識資料的集中位置和分散情形。

表 1 九年一貫統計部分能力指標

編號	能力指標
D-1-01	能將資料做分類與整理，並說明其理由。
D-1-02	能報讀生活中常見的直接對應(一維)表格。
D-1-03	能報讀生活中常見的交叉對應(二維)表格。
D-2-01	能認識生活中資料的統計圖。
D-2-02	能報讀較複雜的長條圖。
D-2-03	能整理生活中的資料，並製成長條圖。
D-2-04	能整理有序資料，並繪製成折線圖。
D-3-01	能整理生活中的資料，並製成圓形圖。
D-4-01	能報讀百分位數，並認識個體在群體中相對地位的情形。
D-4-02	能利用統計量，例如：平均數、中位數及眾數等，來認識資料集中的位置。
D-4-03	能利用統計量，例如：全距、四分位距等，來認識資料分散的情形。

所有的內容都安排在九年級的階段處理，並由次數逐漸進階至累計次數、累計相對次數、百分位數、中位數、全距、四分位距等統計量及直方圖、盒狀圖等統計圖形，來瞭解資料表現的特質。

（二）數學教科書的統計單元分析

在臺灣，對統計相關內容進行教科書分析的研究並不多。王馨梅（2011）探討數學教科書中統計內容，分別從內容的繼續性、順序性及銜接性作分析研究，即不同年級中相同概念重複出現的情形，其順序是否符合學生心理發展與邏輯順序，學習內容是否依深度或廣度而編排，以及相應主題是否完整呈現分年細目所建議的學習內容，並符合繼續性原則。邱婉嘉（2009）比較與分析臺灣與美國教科書中信賴區間單元的教材內容，依據其設計理念、教學目標、信賴區間單元的教材、單一概念的安排及概念間的銜接、問題情境等，歸納出教科書的特色與特質。相關研究讓我們對教科書中統計內容的編排，以及特定單元的設計有了進一步的理解，卻沒有從各種統計認知以及統計圖表的元素作分析討論，因此本研究想藉著對國中數學教科書作內容分析，呈現統計學習內容的當前面貌。

二、統計能力

對於數據資訊的處理，除了要理解其中的含意，從而作批判性思考和良好判斷外，透過合適的指標來描述資料的特性，跟其他資料作比較的能力也同樣重要。將統計作為協助解決問題的工具，透過分析，對問題的現象提供一個合理推論，這樣的能力是必須在理解各統計概念的基礎下，掌握各統計工具的特性，才能對數據作合適的描述和推理，這些都應當成為統計課程中的重要元素。其中統計圖表是陳述現象的重要工具，因此學習理解圖表所呈現的各種意義，也是具備良好統計能力不能缺少的內涵。

（一）統計認知面向：知識、推理與思考

Ben-Zvi 與 Garfield (2004) 認為，能夠正確評估基於數據的跡象和斷言是一種重要的技能，並應該作為所有學生教育課程的一部分來學習。而統計學習就是提供民眾一個工具，去學習對周遭世界的量化資訊明智地作出反應。相對於過往強調技巧、程序和計算的統計教學，學生雖然在統計課程中能取得好成績，卻缺乏作統計推理和思考的能力，因而建議課程應針對發展統計知識 (statistical literacy)、推理 (reasoning) 和思考 (thinking) 來設計。統計知識是構成統計推理和思考的基礎，透過理解統計資訊，從而對數據的現象作批判性思考及良好判斷。

統計知識包括理解統計資訊或描述研究結果等基本和重要的技巧，如理解基本的統計概念和詞彙，認識數據的作用及其重要性，收集、組織、建構和呈現數據和相關圖表，有能力去描述問題的結果，並與其他人交流溝通 (Rumsey, 2002)。

統計推理是人們以統計思想作推理和理解統計資訊的方法，這包括能夠基於一組數據、圖表的呈現形式或數據的統計摘要作出解釋 (Garfield, 2002)。很多統計推理需要整合數據和機率，以形成推論和解釋統計結果。

而 Chance (2002) 認為統計思考是超過知識和推理，可以把過程視為一個整體的能力，包括知道其原因以及去理解在這個過程中變化的關係及意義，有能力在給定的內容以外探索數據，並產生由主要研究者所提出之問題以外的新問題。也就是說，統計思考是指有能力理解問題的內涵並設計調查和得出結論，認識和明白整個形成與解決問題的過程 (由問題所造成的數據收集、選擇分析方法、測試假設等)，進而要能夠批判和評估已解決問題或統計研究的結果。

Garfield 等人 (2003) 依據上述各種統計認知的定義，發展基本統計課程的網路評量資源，而這三種認知過程都是考慮對以改革統計基礎課程為目標，並站在相對於傳統統計教學中只強調計算、公式和證明的立場，而知道如何計算也是幫助獲得統計知識、統計推理和統計思考的方

法之一，對於統計量的基本運算也是對統計的基礎知識，所以本研究將計算能力也納入在統計知識中。

（二）統計圖表的理解

Scheaffer、Watkins 與 Landwehr（1998）認為原始數據常會透過表格（table）或圖像（graph）的形式來呈現，以顯示數據的形態和進行比較，若學生能將數據進行有意義的分組，對製作有用的摘要和數據會比較有幫助。Friel、Bright、Frierson 與 Kader（1997）認為把表格形式的數據或呈現原始數據的圖像，轉換成已分組數據圖像的簡化（reduction）過程以及圖像的結構，都是影響圖像知識（graph knowledge）的因素。因此讓學生理解由已建構好的表格和圖像所表達的意義，以及如何決定使用它們來作最佳的呈現都是重要的統計學習內容。

Bright 與 Friel（1998）認為表格是一個重要的中介角色去幫助原始數據順利過渡到簡化數據，而建立不同表徵之間的連結（connections）和轉移（translations）是發展理解的關鍵。一般而言，在完成國中教育前，學生需要掌握的統計圖像包括長條圖、折線圖、圓形圖、直方圖、盒狀圖等。Bright 與 Friel 也指出，學生若能掌握對特定圖像之間的轉換，將有助於理解圖像。例如：線圖（line plot）與長條圖的差異性；直方圖可以視為是由莖葉圖逆時針方向旋轉 90 度而來等。

Friel 等人（2001）認為圖像理解是要有能力閱讀和理解那些已建構好的圖像所傳遞的資訊，並包括將構建圖像作為繪製數據的工具，更重要的是能夠選定最佳的圖像來表達一個給定的情況。因而定義能夠繪製圖像，透過圖像來理解各種問題情境中數據意義的能力稱為圖感。就不同的情境或要求，圖感共分為 6 種，如表 2 所示。

（三）統計課程與評量的相關研究

隨著統計能力愈來愈被重視，因而在設計培養使用和解釋數據能力的學校課程中，對學生的統計知識、推理和思考的學習也逐漸有更明確的指引。Franklin 等人（2007）所編寫的《各年級統計教學和評量指引》

表 2 與圖感有關的行為

能力	關注重點
1. 認識圖像中的元素、這些元素之間的相互關係，以及這些元素的效用在圖像中所呈現的資訊。	圖表是用來使人們明確看到在各種層次細節中的數量和類別訊息。數據整理涉及從原始數據的表格和圖像轉換到已分組的數據。
2. 當推理有關以圖像形式呈現的資訊時，能夠講述特定圖像中的語言。	透過溝通統計思想的語言，學生認識到各種圖像結構的元素，以及與內容相關的訊息進行互動。每一種圖像都有它們各自的語言，即確認圖像結構的元素和它們的相互作用可以用於討論圖像所呈現的數據。
3. 理解表格、圖像和被分析的數據之間的關係。	圖像閱讀者需要明白符號任務和空間任務，以及那些表格和圖像能幫助處理這些任務的方法。
4. 能夠理解並回答有關圖像理解的 3 個層次的問題：直接讀取數據的資訊、讀取數據之間的資訊、讀取數據以外的資訊；或更一般地說，能夠解釋圖像所呈現的資訊。	這 3 個提問的層次涉及由圖像中作數據的提取、內推和發現圖像中呈現數據的關係、推斷數據和解釋由圖像所找到的關係。
5. 基於判斷所涉及任務和所表達數據，辨別出比其他圖像更有效用的圖像。	判斷關於哪一種圖像對於呈現一組數據是最有效的，包括考慮數據的本質和分析的目的，有些圖像的模式對特定類型的數據和特定目的較其它圖像來得合適。
6. 以理解數據所呈現的圖像為解釋的目標，避免只依個人主觀解讀圖表。	雖然內容可以幫助學生使用先備知識，這樣的先備知識也同時會引起對圖像資訊的誤解。內容的主觀意義可以帶出對任務的目標和策略的不同解釋，增加必須注意的元素數量和盡可能提供轉移自原來學習目標不同類型的抽象概念，從而理解內容的限制是作出合理解釋的一個重要因素。

資料來源：Friel et al (2001: 146)。

(Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education Report)
中就明確指出，數學教學的主要目標就是要幫助學生發展統計思考。對於解決統計問題和作出決策則必須依賴對數據的理解、解釋以及其量化

的變化性(*variability*)，而處理這些變化性就是統計思考。Burrill 與 Biehler (2011) 根據相關文獻進行探討分析後，認同對統計概念的理解以及有能力去使用統計在工作場所或個人生活中，是統計學習最根本的方向。而有關統計教學設計的層次，並不受特定的年級所約束，學習處理由一個特定的組別、組別之間到切合特定模型的變化性，其中也包括對統計知識的學習，以了解數據的選取和產生，並熟悉有關描述統計、圖像與表格呈現的基本項目和想法。這些統計想法都是學校課程以及訓練老師作統計教學的重要方向。

Fernández 與 Andrade (2010) 爲了推廣高中學生的統計推理的發展，透過設計、發展和評估有關高中統計課程相關的教學實驗，配合統計知識、推理和思考 3 種能深化統計教學和學習理解的認知過程，分別設計 3 種不同的教學情景(數據集、抽樣和機率)，作爲對資料抽樣和分析設計的參照。對數據的處理涉及組織、描述、描繪和分析數據，並依靠圖表直觀顯示的方式，以引導學生應用統計概念(如分布、平均值、分散情況等)和圖像去理解相關內容；抽樣可提供檢驗樣本大小的影響，以及詳細檢查有著相同大小卻不同樣本變化的機會，因此提供對於相同母體的不同形象，這樣的教學實驗方法給予課程設計一個具影響力的工具，以達成在不同內容的統計教育目標。

Garfield 與 delMas (2010) 總結透過網站方式提供評量學生統計知識、推理和思維資源的 ARTIST 計畫(*Assessment Resource Tools for Improving Statistical Thinking*) 是一個成功的設計。ARTIST 資料庫包括 24 個不同的統計內容(如：常態分配、集中趨勢的度量、二維數據等)，以 3 種不同的項目形式(開放式問題、選擇題、實作任務)和三種認知結果(統計知識、推理、思維)的項目設計，發展出對統計教育很多高質量、有價值及有用的評價資源，配合網上調查以及使用者的訪談，以了解他們如何使用相關材料、這些材料如何幫助其教學及評量練習的設計等情況，來持續改善資源和網站的設計。全世界已超過 1,400 名教職

人員使用 ARTIST 項目的資料庫，並給予正面的回饋，達到該計劃所預期以評量方式來改善和評估統計教學和學習情況的目標。

在各種給予學生學習統計的指引、教學設計、輔助資源或評量方式中，都肯定了統計知識、推理和思考的重要性，卻較少有研究針對學習的重要工具——教科書作探討，而統計圖表是對數據分析過程中一個不可或缺的工具，它可以表達數據所隱含的資訊，說明趨勢或現象，理解當中所傳達的不同訊息將有助於表達各種統計認知。因此本研究將對臺灣 2 個現行版本的國中數學教科書統計相關內容進行分析，討論教科書中所使用題目和統計圖表的特質，說明所呈現的統計認知及圖表理解的情形。

參、研究方法

一、研究樣本

本研究分別以 92 課綱編排的 2 個不同版本（版本 A、版本 B）國中數學教科書第六冊（99 年版）為分析對象。相關教科書中的內容大致可分為以下 3 個部分：

（一）概念介紹：以文字、圖表的方式作舊知識的回顧、新知識的引入或整個內容的重點總結，與章節所要學習的內容沒有直接關係或純粹是所學知識的總結。如：知識引入、摘要部分。

（二）例題：配合相關概念的情境所設計的問題，透過附有解題說明的形式，讓學生認識相關概念。如：知識概念的講解、例子部分。

（三）練習：配合相關概念所設計的問題，透過學生自行練習以鞏固所學概念。如：隨堂練習、動動腦、自我評量、基礎評量、進階評量部分。

本研究中對照「統計認知分析表」只分析教科書中的題目，包括「例題」與「練習」的部分，概念介紹部分通常包含舊知識的溫故知新、對

新知識的引入或回顧和整理相關概念名詞。由於概念介紹主要是教科書用來喚起學生的知識、引入新知識與總結新知識，較多以說明文方式表達概念內容。而本研究分析架構主要以統計認知面向，先探討教科書中所呈現的題目。因此，並未對於這部分的教科書內容加以分析。此外，本研究以「圖表理解」的架構分析教科書中已經明確繪製出來的統計圖表，先探討這些圖表的呈現提供學生哪些理解類別的機會。因此，「練習」中要求學生繪畫的統計圖像也未納入分析範圍。

二、研究工具

(一) 統計認知分析表

本研究根據 Garfield 等人（2003）的統計認知分類：統計知識、統計推理、統計思考三大類型，分析教科書中的例題和練習。下面的範例 1 將說明如何區辨這 3 種統計認知，題目中呈現 25 個美國城市降雪量的莖葉圖，據此分別提問有關統計知識、統計推理和統計思考的問題。

範例 1：下列是 25 個美國城市的隨機樣本，並以莖葉圖顯示平均年降雪量（單位：吋，莖的部分代表 10，葉的部分代表 1）：

莖	葉
0	0 0 0 0 0 0 0 0 2 4
1	0 2 8
2	0 0 2 2 8
3	8
4	2 2 4 8
5	4 8
6	0

- (1) 描述這個分布（統計知識）。
- (2) 不作任何計算，你所期望的平均降雪量是大於、小於還是與中位數相同？為什麼？（統計推理）。
- (3) 一個研究人員有這 25 個城市 20 年前的平均降雪量數據，他想去測試現在的降雪量與 20 年前相比是否有增加的趨勢，試描述一個合適的方法去解答這個問題（統計思考）。

資料來源：<https://app.gen.umn.edu/artist/glossary.html#exam>。

學生可以利用莖葉圖與統計量的知識來描述此降雪量的分布，此為統計知識的內涵。在不計算的前提下，學生可以從降雪量分布的特徵推論降雪量中位數與平均數的大小關係，此為統計推理的內涵。學生需要設想如何比較 20 年前和現在的降雪量，並思考提供什麼樣的證據可以合理判斷趨勢是否增加。

參考 Garfield 等人（2003）對各種統計認知的細目，並確立「統計認知類別」的分析架構如下：

L.統計知識（Literacy）

L1：排序計次：對數據作特定的排序及有效的分組，整理原始數據為表格的形式。

L2：表格轉換：以不同的表格形式呈現數據，包括計算數據的次數、累積次數、相對次數和相對累積次數。

L3：計算：使用平均數、中位數、百分位數等公式進行數值計算。

L4：簡化：瞭解調整原始數據的資料值後，對原數據各概念的影響，由此簡化相關概念的計算。

L5：判斷：透過對概念的理解，判斷陳述相關句子的正誤。

L6：設計數據：根據題目的要求設計符合條件的數據。

L7：繪製圖像：按題目的要求正確地繪製出表達該數據的統計圖形，如：折線圖、直方圖、盒狀圖等。

L8：報讀圖表：將統計圖表上所看到資料直接讀出來。

L9：解讀圖表：根據圖表提供的資訊作一些簡單的運算。如：計算平均數、隨著時間改變所增加的數量或百分比等。

R.統計推理（Reasoning）

R1：解釋（1）：認識不同工具在分析數據的集中和分散情況時所代表的意義，根據所呈現的結果，解釋數據所代表的現象。

R2：解釋（2）：根據問題的需要，自行選取合適的工具進行分析，並從分析結果來解釋數據所代表的現象。

R3：預測：利用知識或技巧預測由數據或圖表提供的現象或訊息。

R4：推理：利用統計各概念的理解，對數據的集中或分散情況進行推論。

T.統計思考 (Thinking)

T1：形成問題：由可以遇到的現象中主動形成可以進行探討的問題。

T2：收集數據：提出對有助於解答問題數據的收集方式及理由。

T3：選擇分析方法：配合問題對整體數據選擇適合的分析方法。

T4：批判和評估：對已解決問題或統計研究的結果作批判或評估。

其中統計知識中的計算能力 (L3) 是特別針對使用平均數、中位數、百分位數等有特定公式的計算項目，然而在表格轉換 (L2)、簡化 (L4) 和解讀圖表 (L9) 中也有需要計算的項目，但因著重的計算能力不同或需要透過圖表來進行運算，所以會被歸類到不同的類別中。而部分題目會包含不只一種統計能力，如將原始數據作排序和計次後，按照題目的要求把相關資料繪製出統計圖像，這樣的題目就會至少包含排序計次 (L1) 和繪製圖像 (L7) 2 種能力，因此在一個分析單位中可能會包括不只一種統計認知子類別。

(二) 圖表理解分析表

本研究根據 Friel 等人 (2001) 提出對圖感概念，將圖表理解分類為：1. 認識圖像的元素；2. 講述圖表所呈現的現象；3. 理解圖表、圖像和被分析數據之間的關係；4. 解釋圖像所呈現的資訊；5. 判別使用合適的圖像來表達數據；6. 避免只依個人主觀解讀圖表。研究者先找尋合適的例子，以說明這 6 種對圖表理解的應用情形，同時也透過這些例子幫助編碼者瞭解圖表理解的分類，以增加編碼者間的一致性：

1. 認識圖像的元素

(1) 了解 x 軸和 y 軸所代表數據的意義，如：次數和相對次數所表達的意義；

(2) 透過調整兩軸的比例以適當地表達數據的情況；

(3) 把原始數據 / 圖像轉換成分組數據 / 圖像，或依題目所給定的數據繪製出指定的圖像；

範例 2：以下是某學校游泳校隊隊員的體重，回答下列問題：

53	60	67	64	72	65	63	59	79
63	60	52	60	62	58	58	68	55
64	70	61	55	50	63	65		

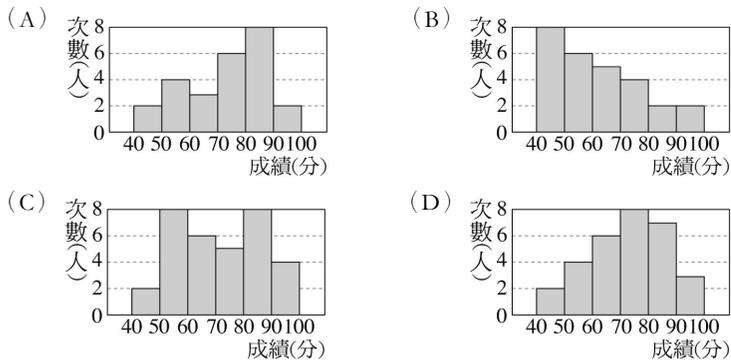
根據上列數據完成體重次數分配表及體重累積次數分配表，並作出其相對次數分配直方圖，以及相對累積分配直方圖。

資料來源：康軒文教事業（2009a）。

2. 講述圖表所呈現的現象

- (1) 能從圖像所給予的資訊讀出相應的數值；
- (2) 正確讀出圖像中的數值，並根據各種統計量的定義進行計算；
- (3) 透過圖像所呈現的數值，比較其中 2 個或以上的數據。

範例 3：下列哪一個成績次數分配直方圖，能把中位數與眾數呈現在同一組別中？



資料來源：康軒文教事業（2009b）。

3. 理解圖表、圖像和分析到的數據之間的關係

- (1) 選擇適當的比例在圖像中表達數據；
- (2) 把原始或已分組數據轉換成指定圖像，並透過圖像來對數據進行分析。

範例 4：某機構對二至九年級的學生作了關於有意義材料時，視覺記憶和聽覺記憶再現率的調查，如下表：

年級		二	三	四	五	六	七	八	九
記憶再現百分率 (%)	聽覺	5	12	16	20	25	20	15	20
	視覺	22	40	45	60	75	50	35	45

試在同一統計圖中用折線圖表示所收集的數據，並說出從折線圖中所看到的現象。

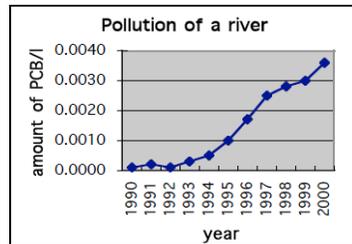
資料來源：孔凡平、黃焱（2007：43）。

4. 解釋圖像所呈現的資訊

- (1) 透過圖像可以說明相關的內容或解釋發展趨勢；
- (2) 利用圖像所呈現的趨勢作判斷。

範例 5：下圖顯示過去 10 年流經某市鎮的河流污染調查結果。請從下列選項中選出最合適的解釋：

- (A) 在過去 10 年，河流並沒有被污染。
- (B) 從 PCB/I 的值一直增加到 2000 年為止，之後似乎有減少的趨勢。
- (C) 從 PCB/I 的值一直增加到 2000 年為止，除非採取行動，否則之後似乎會有更高的趨勢。
- (D) 在過去 10 年，河流變得更清潔。



資料來源：Aoyama & Stephens（2003: 215）。

5. 判別使用合適的圖像來表達數據

- (1) 能夠判斷並以合適的圖像來表達數據；
- (2) 能夠了解並應用不同的圖像來表達相同數據的意義。

範例 6：2003 年中國內地爆發「SARS」疫情，下表是 2003 年 5 月 1 日至 5 月 14 日新增病例資料，請用合適的圖表達，從而分析疫情變化情況，比較不同表示方法的特點。

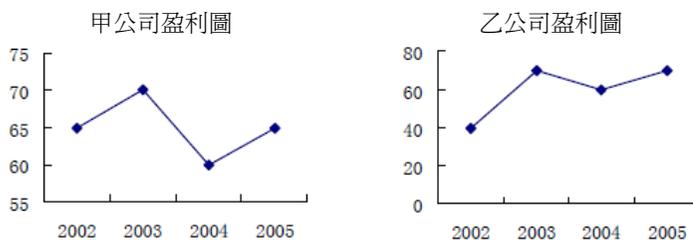
日期	5/1	5/2	5/3	5/4	5/5	5/6	5/7	5/8	5/9	5/10	5/11	5/12	5/13	5/14
新增病例	187	176	181	163	160	138	159	146	118	85	69	75	80	55

資料來源：孔凡平、黃焱（2007：31）。

6. 避免只依個人主觀解讀圖表

- (1) 能夠透過圖像客觀地判斷事實；
- (2) 能夠了解圖像使用者的目的，從而避免各種誤讀的情況。

範例 7：請你分析甲乙 2 間公司的經營業績波幅情況，指出是否誤用統計圖，並說明理由。



資料來源：孔凡平、黃焱（2007：41）。

根據 Friel 等人（2001）所提出的圖感概念，並確立「圖表理解類別」的分析其架構如下：

A. 認識圖像的元素

知道圖像中各元素的意義，並能把原始數據整理後，以圖表或圖像顯示出已分組的數據。

B. 講述圖表所呈現的現象

利用統計的語言，說出圖像所呈現的資訊，並透過這些資訊，進行簡單的直觀推論，如：對某 2 個數據值作比較。

C. 理解圖表、圖像和被分析數據之間的關係

理解圖表、圖像以及被分析數據之間的關係，幫助解決以圖像所呈現的空間任務和以圖表所呈現的符號任務。如：以特定的形式整理原始數據，並以題目所要求的圖像表達數據，從而使用已學的統計概念讀取圖像中的相關資訊。

D. 解釋圖像所呈現的資訊

能夠回答與圖像理解有關的不同層次的問題，如：發現圖像與數據的關係，並能作延伸的解釋。

E. 判別以合適的圖像來表達數據

知道對呈現不同的訊息需要利用不同的圖像。如：根據題目所給定的資料和數據，自行選擇適合的統計圖像來表達數據。

F. 避免只依個人主觀解讀圖表

能明白圖像的內容與表達者之間的關係，並以理解數據所呈現的圖像為解釋的目標，避免只依個人主觀解讀圖表。如：明白以特定方式表達的圖像所呈現出可能被誤讀的資訊。

其中圖表理解類別 A 主要是有關繪製指定統計圖像的能力；圖表理解類別 B 則是從已建構好的圖像讀取相關資訊，或需要計算統計量後再進行數據比較；圖表理解類別 C 為圖表理解類別 A 和 B 的合併，需要繪製指定圖像後，再從中讀取資訊；圖表理解類別 D 是從已建構好的圖像中觀察其趨勢，判定的指標並沒有明確的統計量或計算方法，需要根據圖像所給的資訊而作出判定；圖表理解類別 E 也是跟繪製統計圖像有關，但題目中並沒有指定圖像類型，學習者需要根據需要判別合適的圖像；圖表理解類別 F 主要是讓學習者清楚理解圖像與表達訊息之間的關係，從而避免誤讀的情況或對已有訊息作出不正確的批判。極少數圖表

有超過一種圖表理解類別，如在同一個圖表中既希望讀者能讀取圖中的相關資訊，也同時說明對不同圖表的選用可以呈現數據的不同面貌時，則該圖表會被判別為同時具備圖表理解 C 和 E 兩種類別。

三、研究程序

研究過程主要分為統計認知和圖表理解兩部分，相關流程概述如下：

(一) 統計認知部分

1. 決定分析單位

能力指標是依主題及階段學習能力而訂定，但因多數指標須採分年進階式教學方能達到其教學目標。因此本研究依統計主題中的分年細目及詮釋，以「分年細目」為分析單位，探討各單位所蘊涵的統計認知面向，由此從 8 個能力指標的分年細目中，共得到 17 個子類別。

而對教科書的分析則以「題」為分析單位，其中除了例題和練習可以根據題號明確分辨一個單位外，還包括在例題之間作為引述知識時所使用的每一個題目也算是一個單位。部分題目會在章節的不同地方再次出現，但所要表達的核心內容不同，只要相同情境的題目不是連續在教材內出現，就以兩「題」來計算。例如教科書中利用數頁前以折線圖呈現數據的例題，繪製成盒狀圖來說明盒狀圖很適合比較氣溫的分散程度，而相關的描述是安排在 2 個隨堂練習之間，並沒有以例題的方式呈現，這樣的段落會被視為另一個獨立的單位，進行有關統計認知面向的分析。而各題目會因所呈現的認知子類別的數量不同而所占的篇幅不同，因此同一題目內可能包括不只一個認知的子類別。由此版本 A 教科書中有 76「題」，共得到 103 個認知子類別；版本 B 教科書中有 50「題」，共得到 73 個認知子類別。

2. 確立分析架構

依據文獻，整理出 L-統計知識、R-統計推理、T-統計思考等三大類

別中共 17 個子類別，設立代碼如下：

- (1) L 類別中有 9 個子類別分別為 L1 至 L9；
- (2) R 類別中有 4 個子類別分別為 R1 至 R4；
- (3) T 類別中有 4 個子類別分別為 T1 至 T4。

3.進行正式分析

分別將各「分年細目」和「題」以「統計能力類別」代碼加以編碼記錄在「統計能力分析表」。因為各分年細目和題目所陳述內容的廣泛性不同，因此相同的分年細目和題目中可能包括不只一個認知的子類別。

4.建立編碼者信度

能力指標的分年細目共有 8 個，請另外一位編碼者進行分析，並對編碼結果計算一致性的百分比為 94.1%，其中不一致的地方分別為分年細目 9-d-01 和 9-d-03。參考分年細目的內容詮譯，9-d-01 所涵蓋的內容非常廣泛，主要是跟統計知識中整理及繪製圖像有關，其中在說明的例子中有提及可以從統計圖表中有更多的資訊來了解班上成績的分布情形，例如：全班有 13 位，或 43% 的同學數學需要再加強，因此研究者從這樣的說明判斷該分年細目有包含報讀圖表 (L8) 的面向，而另一位編碼者認為該分年細目主要跟統計圖形的製作有關，所以不認同把報讀圖表歸類為編碼之一；而 9-d-03 分年細目的文字敘述中沒有任何跟繪圖有關的東西，不過相關的說明有提到可以利用的累計百分率，或累計相對次數，以折線圖的樣式來製作累計百分率圖，因此研究者認為該分年細目有包含繪製圖像 (L7) 的面向，同樣另一位編碼者認為應主要以分年細目的陳述作考量的根據，所以沒有編入相同的編碼。最後經由研究者討論後，選擇以最大化能力指標的範疇來決定編碼的選取；也就是說，同時從能力指標的敘述說明和例子來詮釋其可以涵蓋的統計認知面向，因而確立分年細目中共有 17 個統計認知子類別。

而教科書分析方面則從 2 版本中各抽取前 15 題，請另外 4 位編碼者進行分析，並針對各編碼者與研究者的編碼結果計算一致性的百分比。4 位編碼者在 2 個版本教材的編碼一致性分別為 87.3%和 83.6%，其中差異性比較大的原因多是因為表格轉換 (L2)、簡化 (L4) 和解讀圖表 (L9) 中也有需要計算的項目，其他編碼者容易與計算 (L3) 是針對有特定公式的計算項目混淆所引致的。其它被較多的編碼者評定為只有繪製圖像 (L7) 的認知，而根據此研究統計知識的子類目中，對繪製圖表的能力定義為按題目的要求正確地繪製出表達該數據的統計圖形，如：折線圖、直方圖、盒狀圖等。而該題是需要透過計算相對次數的百分比後，才能繪製出相應的直方圖，因此研究者認為此題同時具有 L2(表格轉換) 及 L7(繪製圖像) 兩種統計知識的認知，相信是因為直接在次數分配表中呈現計算的結果所引致編碼未能一致；而其中一題研究者判定該題為解讀圖表 (L9) 的題目，即題目要求讀者根據圖表提供的資訊作一些簡單的運算，而其他編碼者相信是對於報讀圖表及解讀圖表的定義有所混淆而引致該題的一致性偏低。

(二) 圖表理解部分

1. 決定分析單位

類似在統計認知部分的分析，依統計主題中的分年細目及詮釋內容，以「分年細目」為分析單位，探討各單位中所蘊涵的圖表理解類別，由此從 8 個能力指標的分年細目中，共得到 9 個子類別。

而教科書分析則以「圖」為分析單位，對教科書中所呈現的統計圖像進行分析。由此版本 A 教材中有 41 個「圖」共得到 44 個類別項目；版本 B 教材中有 15 個「圖」共得到 15 個類別項目。

2. 確立分析架構

依據文獻，整理出 A-認識圖像的元素、B-講述圖表所呈現的現象、C-理解圖表、圖像和分析到的數據之間的關係、D-解釋圖像所呈現的資訊、E-判別以合適的圖像來表達數據、F-避免只依個人主觀解讀圖表等

六大圖表理解類別。

3.進行正式分析

分別將各「分年細目」和「題」以「圖表理解類別」代碼加以編碼記錄在「圖表理解分析表」，因為各分年細目和題目所陳述內容的廣泛性不同，因此分年細目中可能不包含任何圖表理解類別，或在相同的分年細目和題目會包括不只一個圖表理解的子類別。

4.建立編碼者信度

能力指標的分年細目共有 8 個，請另外一位編碼者進行分析，並對編碼結果計算一致性的百分比為 94.4%，其中不一致的地方為分年細目 9-d-01。參考分年細目的內容詮釋，類似於統計認知面向的編碼差異性，主要是來自該分年細目中是否呈現從圖表中讀取資訊有關。最後經由研究者討論後，決定類似統計認知面向中編碼的選取方式，同時從能力指標的敘述說明和例子來詮釋其可以涵蓋的圖表理解類別，因而確立分年細目中共有 9 個圖表理解的類別。

而教科書分析方面則將版本 A 教材抽取前 30 個圖，請另外 5 位編碼者進行分析，其中 1 至 5 題為範例，與其他分析者共同討論完成，並計對各編碼者與研究者的編碼結果計算一致性的百分比。5 位編碼者在 A 教材的圖表理解編碼一致性平均為 80.8%。其中差異性比較大的地方是屬於類別 C（繪製圖像及讀取圖像資訊）的圖表理解，部分編碼者只判定為類別 A（繪製圖像）或類別 B（讀取圖像資訊）的圖表理解，忽略圖像須同時兼顧繪製和讀取資訊能力的培養。另外，編碼者對一些圖表可能只單獨注意到該圖像所呈現的趨勢資訊，所以大部分都判定為類別 D（根據圖像判別趨勢）的圖表理解，忽略相同的情境以不同形式的圖像被安排在不同版面出現，是想藉著不同的圖像讓學生看出呈現趨勢的不同形式，引導學生學習不同圖像的特性，因此應當屬於類別 E（根據情境的需要辨別選取更有效圖像）的圖表理解。版本 B 教材共 15 個圖，以分析版本 A 時的問題為例加以討論後，再請 5 位編碼者進行分析。

5 位編碼者對 B 教材圖表理解編碼一致性的平均為 84.4%。其中圖編碼差異性最大的是 2 個在相同情境下所帶出的圖形，教材內容陳述了圖形的特性可以作為學生日後使用的參考，因此判定為類別 E 的圖表理解，相信大部分的編碼者都只把 2 個圖做獨立分析，所以才將其歸類為類別 A 的圖表理解。

四、資料處理

（一）統計認知部分

1. 統計每一類別中，各項目所占的百分比，並進行排序以瞭解每一類別中的性質。

2. 統計「統計認知面向」中 L、R、T 三大類別的分配百分比。

（二）圖表理解部分

統計「圖表理解類別」中 A、B、C、D、E、F 六大類別的分配百分比，並進行排序以瞭解教材中所培養的圖表理解情況。

肆、分析結果

一、能力指標中分年細目的分析結果

能力指標、分年細目是教科書編輯的主要參考依據，根據上述的「統計認知類別」及「圖表理解類別」的分析架構，比對 92 課程綱要能力指標中有關統計主題的各分年細目的結果如表 3 所示。表 3 是依據 92 課程綱要國中統計主題部分，參考分年細目的詮釋，分析其中的統計認知面向和圖像理解的分類情況。結果發現能力指標中，主要呈現對原始數據的整理，轉換成不同觀點的統計表格，繪製統計圖像及報讀其中資訊等統計知識，以及認識不同的工具在分析數據的集中和分散情況時所代表意義的統計推理類別為主要學習目標，卻未見與統計思考相關的指

表 3 92 課程綱要統計主題中各分年細目與統計認知和圖表理解類別比對分析

編號	內容	對照指標	統計認知類別	圖表理解類別
9-d-01	能將原始資料整理成次數分配表，並製作統計圖形，來顯示資料蘊含的意義。	D-4-01	L1、L2、L7、L8	C、E
9-d-02	能理解百分位數的概念，認識第 10、25、50、75、90 百分位數，並製作盒狀圖。	D-4-01	L3、L7	A
9-d-03	能利用較理想化的資料說明常見的百分位數，來認識一筆或一組資料在所有資料中的位置。	D-4-01	L7、L8	C
9-d-04	能認識平均數、中位數與眾數均可以某個程度地表示整筆資料集中的位置。	D-4-02	L1、L3、R1	---
9-d-05	能認識平均數、中位數與眾數在不同狀況下，被使用的需求度有些微的差異。	D-4-02	R1	---
9-d-06	能認識全距，並理解全距大小的意義。	D-4-03	L3、R1	---
9-d-07	能認識第 1、2、3 四分位數，及四分位距。	D-4-03	L3、L8	B
9-d-08	能理解當存在少數特別大或特別小的資料時，四分位距比全距更適合來描述整組資料的分散程度。	D-4-03	R1	B

標出現；而圖表理解方面也較著重於圖表的繪製以及資訊的直接讀取，雖然偶爾也對不同圖表的特徵進行說明，但有關圖表資訊的延伸推論以及避免只依個人主觀解讀圖表卻少有呈現。教科書的編輯雖然可依詮釋內容為基礎，在深度與廣度方面做適度的延伸，但由於能力指標所限，

所編寫的內容也會受到約束。接著，我們對教學現場使用的教科書內容進行分析，以進一步瞭解國中學生所學的統計內容之特徵。

二、統計認知分析結果

版本 A 的統計部分教材以「機率與統計」為章名，前兩節講解有關統計概念，包括：「資料的統計與分析」以及「資料的分布」；版本 B 的統計部分教材以「資料的整理與分析」為章名，共四節講解有關統計概念，包括：「次數分配表圖」、「算術平均數、中位數與眾數」、「百分位數」以及「全距、四分位距與盒狀圖」。參考 Garfield 等人（2003）對各種統計認知的定義以及 Friel 等人（2001）所提出的圖像感知能力，對現行版本 A 和 B 的國中數學教科書作統計認知和圖像理解的分析比對。

（一）統計認知面向分配情況

從版本 A 的教材內容的 76「題」和版本 B 的教材內容的 50「題」中，分別得到 103 和 73 個認知子類別，其次數分配及百分比如表 4 所示。由表 4 可以初步看出，2 個版本的教科書的內容編寫對「統計知識」最為重視，只有極少數內容與「統計推理」有關，而「統計思考」的認知則完全被忽略。

（二）統計認知各面向子類別的分配情況

1. 統計知識

版本 A 和版本 B 的教科書中分別有 97 個和 69 個項目屬於統計知識面向，各子類別的次數分配及百分比如表 5 所示。由表 5 可以看出 2 版

表 4 各統計認知面向的次數分配及百分比

	統計知識 (L)	統計推理 (R)	統計思考 (T)	總計
版本 A	97 (94.17%)	6 (5.83%)	0 (0%)	103 (100%)
版本 B	69 (94.52%)	4 (5.48%)	0 (0%)	73 (100%)

本教科書均著重對計算能力的培養，即著重使用平均數、中位數、百分位數等公式進行數值計算。其次版本 A 的教科書設計對圖表的理解和應用較為重視，有關圖表的統計認知（繪製圖像、報讀圖表、解讀圖表）約占 60%，而版本 B 的教科書設計則著重表格轉換和繪製圖表的能力培養，即注重把數據轉換為各類表格（次數、累積次數、相對次數和相對累積次數等）的形式，繼而按題目的要求繪製相關的統計圖形（折線圖、直方圖、盒狀圖等）；另外，版本 B 的教材設計會以不同的方式讓學生掌握統計概念，如針對題目特定的要求來設計相關數據，瞭解各統計的概念原理，使用運算的技巧來簡化統計量的計算等。

2. 統計推理

版本 A 和版本 B 的教科書中分別有 6 個和 4 個項目屬於統計面向類別，各子類別的次數分配及百分比如表 6 所示。

表 5 統計知識中各子類別的次數分配及百分比

版本 A	排序計次	表格轉換	計算	簡化	判斷
	(L1)	(L2)	(L3)	(L4)	(L5)
	2 (2.02%)	10 (10.10%)	26 (26.26%)	1 (1.01%)	0 (0%)
	設計數據	繪製圖像	報讀圖表	解讀圖表	---
	(L6)	(L7)	(L8)	(L9)	
	0 (0%)	16 (16.16%)	24 (24.24%)	18 (17.48%)	
版本 B	排序計次	表格轉換	計算	簡化	判斷
	(L1)	(L2)	(L3)	(L4)	(L5)
	6 (8.70%)	13 (18.84%)	20 (28.99%)	10 (14.39%)	2 (2.90%)
	設計數據	繪製圖像	報讀圖表	解讀圖表	---
	(L6)	(L7)	(L8)	(L9)	
	1 (1.45%)	12 (17.39%)	2 (2.90%)	3 (4.35%)	

表 6 統計推理中各子類別的次數分配及百分比

	解釋 (1) (R1)	解釋 (2) (R2)	預測 (R3)	推理 (R4)
版本 A	4 (66.67%)	0 (0%)	2 (33.33%)	0 (0%)
版本 B	4 (100%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)

由表 6 可以看出 2 版本教科書的編寫內容中，只占極少比例是屬於培養統計推理的題目，當中多半是配合已學的統計概念，認識分析數據的集中和分散情況的工具所代表的意義。而版本 A 雖然還有提供利用統計知識來預測由數據或圖表提供的現象或訊息的練習題目，但仍然不足以讓學生掌握統計推理的認知。

3. 統計思考

統計思考需要對現象主動形成可以進行探討，繼而進行數據的收集和分析，或對統計研究結果作出批評和評估，在 2 個版本的教科書內容中，均沒有屬於這樣統計思考面向的項目。

(三) 統計認知各面向中的教科書例題解說

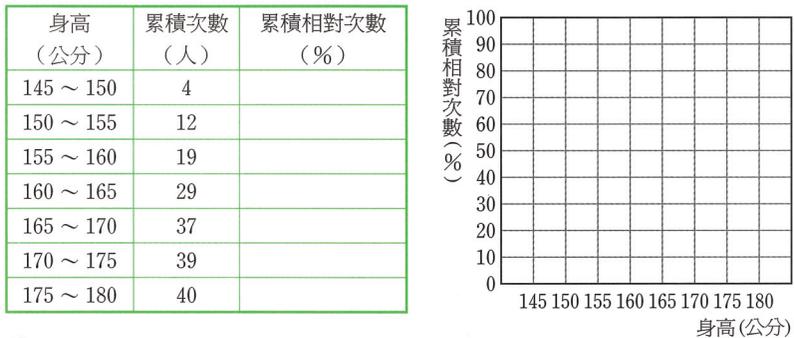
以下將舉出教科書的題目來加以解說上述呈現的 3 種統計認知面向的子類別：

1. 統計知識

範例 8：

 隨堂練習

① 請完成下列蘭宜國中三年甲班學生身高的累積相對次數分配表圖。



② (1) 承上題，身高低於 160 公分者占全班人數的百分比是多少？

(2) 承上題，身高在 165 公分以上者占全班人數的百分比是多少？

資料來源：陳冒海（2011：69）。

上述是以表格轉換（L2）、繪製圖像（L7）和報讀圖表（L8）等面向來培養學生統計知識的題目。透過對數據的整理，繪製特定的統計圖表來表達數據，以及從所繪製的圖表中讀取指定的訊息，是典型的統計知識題目。

範例 9：

隨·堂·練·習

右表(附錄二)是仁山國中三年甲班三月閱讀資料的相對次數分配表,求該資料的眾數、中位數、平均數。

資料值(本)	0	1	2	4	7
次數(人)	3	4	6	1	1
相對次數	$\frac{3}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$

資料數 = 15

資料來源：國家教育研究院籌備處(2008:8)。

上述是學習眾數、中位數和平均數後,使用相關的概念作運算來完成的練習,屬於統計知識中計算(L3)的題目。

範例 10：

例 5 Example

求資料「5908、5922、5894、5899、5880」的平均數。

解題說明

直接計算看起來很複雜,但是我們可以將這筆資料想成是

$$8 + 5900、22 + 5900、-6 + 5900、-1 + 5900、-20 + 5900$$

也就是想成資料「8、22、-6、-1、-20」加上定數5900,因此,其平均數等於8、22、-6、-1、-20的平均數再加上5900。但

8、22、-6、-1、-20的平均數為 $\frac{(30-27)}{5} = 0.6$,因此5908、5922、5894、5899、5880的平均數就是 $0.6 + 5900 = 5900.6$ 。

資料來源：國家教育研究院籌備處(2008:13)。

上述題目是在學習平均數的概念,並理解對每一個原始資料值加上一個定數,計算新數據的平均數時只需要對原數據的平均數加上相同的定數便可得到相應數值的法則後,使用簡化的技巧來作相關概念的計算,是屬於培養統計知識中簡化(L4)的題目。

範例 11：

動·動·腦

1. 設計兩份資料，使得資料合併後的眾數，不是先前任一份資料的眾數。
2. 設計兩份資料，使得資料合併後的中位數，不是先前任一份資料的中位數，也不是這兩個中位數的平均。

資料來源：國家教育研究院籌備處（2008：15）。

上述題目是透過對眾數和中位數概念的理解，設計符合題意的數據，既是讓學生能夠從不同角度思考統計量的練習，也對資料合併後，眾數、中位數和平均數之間的差異作鋪墊，是屬於培養統計知識中設計數據（L6）的題目。

2. 統計推理

範例 12：

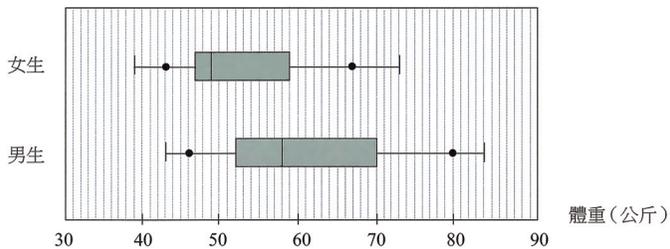


圖 1-8

隨·堂·練·習

由圖 1-8 盒狀圖，回答下列問題

- (1) 男生體重的中位數約為 _____ 公斤，
女生體重的中位數約為 _____ 公斤。
- (2) 女生體重的四分位距大約是多少？
- (3) 男生第 90 百分位數約為 _____ 公斤，第 10 百分位數約為 _____ 公斤，兩者的差距大約是 _____ 公斤。
- (4) 由圖 1-8 可否驗證一般「男生體重比女生重」的說法？你還看出什麼？

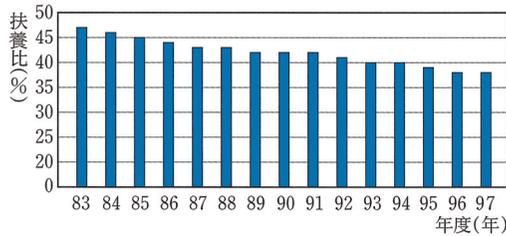
資料來源：國家教育研究院籌備處（2008：33）。

上述題目中前三小題是屬於報讀圖表（L8）的統計知識，學生需要理解統計圖像的意義後，讀取圖像的訊息來回答問題。最後一小題為解釋（1）（R1）的統計推理題目，學生需要根據盒狀圖所呈現的資訊，從而對數據的集中和分散情況進行分析。

範例 13：

 隨堂練習

下圖是臺閩地區歷年來扶養比的長條圖：



(資料來源：內政部戶政司)

根據上圖，請問青壯年扶養老年及幼年人口的負擔是逐年增加還是減輕？

資料來源：陳冒海（2011：63）。

上述題目需要學生透過圖像提供的訊息或現象，作數據資料以外的推論，是屬於統計推理中的預測（R3）的認知子類別。

三、圖表理解分析結果

（一）圖表理解類別分配情況

版本 A 和版本 B 的教科書中分別有 44 和 15 個圖表理解類別，其次數分配及百分比如表 7 所示：由表 7 可以知道，版本 A 的教科書較版本 B 有更多以統計圖像來呈現統計概念的內涵。而版本 A 較著重講述圖像所呈現的現象以及理解圖表、圖像和被分析數據之間的關係，即利用已學的統計知識，說出圖像所呈現的資訊，或以特定的形式整理原始數據後，按題目的要求利用圖像表達數據，再從中讀取圖像的相關資訊；而版本 B 則較重視透過統計圖像讓讀者認識圖像的元素，即透過統計圖像讓讀者知道圖像中各元素的意義，以圖表或圖像表示已分組的數據。2 個版本較不注重對圖像資訊的進一步推理、圖像的選用以及學習避免只依個人主觀解讀圖表等圖像理解類別的培養。

表 7 各圖表理解類別的次數分配及百分比

	認識圖像的 元素 (A)	講述圖表 所呈現的 現象 (B)	理解圖表、 圖像和被分 析數據之間 的關係 (C)	解釋圖像 所呈現的 資訊 (D)	判別以合 適的圖像 來表達數 據 (E)	避免只依 個人主觀 解讀圖表 (F)
版本 A	7 (16.67%)	21 (50.00%)	11 (21.43%)	3 (7.14%)	2 (4.76%)	0 (0%)
版本 B	7 (46.67%)	5 (33.33%)	1 (6.67%)	1 (6.67%)	1 (6.67%)	0 (0%)

(二) 圖表理解各類別中的教科書例圖解說

以下將舉出教科書的統計圖像來加以解說上述呈現的 5 種圖表理解類別：

1. 認識圖像的元素

範例 14：

將圖 2-2 各長方形上邊的中點標出，再把上面所標的各點依次用線段連接起來，即得圖 2-3。

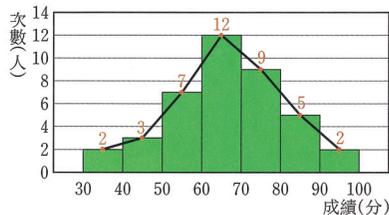


圖 2-3

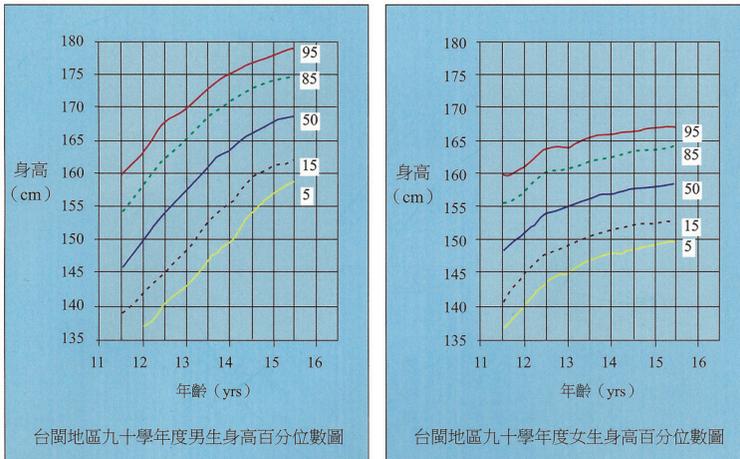
如果將圖 2-3 中的直方圖刪去，即得**次數分配折線圖**（簡稱**折線圖**），如圖 2-4，其中標上次數的各點，其橫坐標分別為各組的組中點。

資料來源：陳冒海（2011：58）。

上述圖像是根據已繪製好的直方圖，然後依次連結圖形中各長方形上邊的中點所得的圖像，從而介紹次數分配折線圖的繪製方法，所以是屬於認識圖像元素的圖表理解類別。

2. 講述圖表所呈現的現象

範例 15：



(a)

(b)

圖 1-9

(資料來源：教育部)

依照情境的不同，也可以選用其他的百分位數。例如圖 1-9 是 2001 年台灣學生身高調查的百分位數圖，由圖 1-9(a) 中 15 歲的縱軸可大致讀出

第 5 百分位數：約 157 公分 第 15 百分位數：約 161 公分
 第 50 百分位數：約 168 公分 第 85 百分位數：約 174 公分
 第 95 百分位數：約 178 公分

由此可知，台閩地區 15 歲男生的身高中位數約為 168 公分，而在 161 公分和 174 公分之間的人大概佔 15 歲男生的 $85\% - 15\% = 70\%$ ，至於矮於 157 公分或高於 178 公分的人則各約佔 5%。

資料來源：國家教育研究院籌備處（2008：34）。

透過學習閱讀上述圖像中所呈現的資訊，從而透過這些資訊進行簡單的直觀推理，是屬於講述圖表所呈現的現象的圖表理解類別。

3.理解圖表、圖像和被分析數據之間的關係

範例 16：

若我們將圖 2-4 縱坐標上的「次數(人)」換為「相對次數(%)」，仿照圖 2-4 的畫法，同時將各組的次數適當地表為相對次數，即得圖 2-6，我們把它稱為**相對次數分配折線圖**。

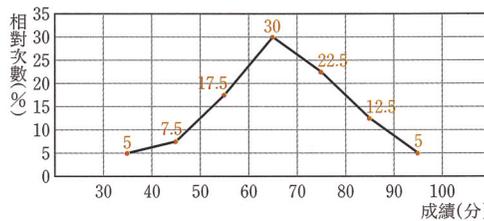


圖 2-6 三年甲班學生上學期數學學期成績相對次數分配折線圖

隨堂練習

根據圖 2-6，請問 60 ~ 70 分這一組的人數占全班人數的百分比是多少？

資料來源：陳冒海（2011：61）。

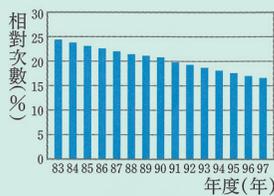
上述圖像除了讓學生明白如何繪製相對次數分配折線圖外，亦配合從圖像中讀取相關資訊的隨堂練習，是屬於理解圖表、圖像和被分析數據之間關係的圖表理解類別。

4. 解釋圖像所呈現的資訊

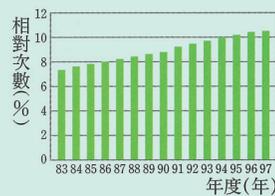
範例 17：

例題 2 相對次數統計長條圖的判讀與比較

下面左圖與右圖分別是臺閩地區歷年來 0～14 歲與 65 歲以上人口占總人口數的相對次數統計長條圖：



0～14 歲



65 歲以上

(資料來源：內政部戶政司)

根據上圖回答下面問題：

- 臺閩地區 0～14 歲的人口數占總人口數的百分比是逐年升高還是降低？
- 臺閩地區 65 歲以上的人口數占總人口數的百分比是逐年升高還是降低？

解

從上圖可以看出：

- 臺閩地區 0～14 歲的人口數百分比的長方形逐年縮短，可見其百分比是逐年降低。
- 臺閩地區 65 歲以上的人口數百分比的長方形逐年增長，可見其百分比是逐年升高。

資料來源：陳冒海（2011：62）。

學生需要從上述的圖像中讀取數據之間的資訊，從而回答與理解圖像有關的問題，是屬於解釋圖像所呈現資訊的圖表理解類別。

5.判別以合適的圖像來表達數據

範例 18：

如果我們將例題 2 臺閩地區人口結構中，有關 0～14 歲以及 65 歲以上人口在各年度的相對次數用折線圖呈現出來，如圖 2-7，可以更清楚看出它們的變化趨勢。

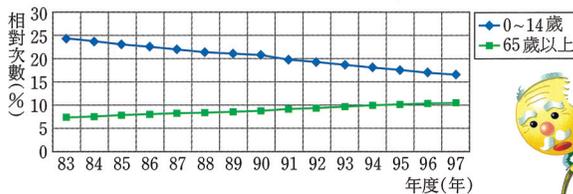


圖 2-7 0～14 歲及 65 歲以上人口相對次數統計折線圖

從圖 2-7，我們發現 0～14 歲的幼年人口所占的比例有逐年下降的趨勢，而 65 歲以上的老年人口比例卻顯現出逐年上升的趨勢，這是值得我們關注的問題。

資料來源：陳冒海（2011：63）。

上述例題的數據除了以長條圖作判讀和比較外，也以相對次數折線圖來呈現，並說明以折線圖表達數據能更清楚看出它們的變化趨勢，是屬於判別以合適的圖像來表達數據的圖表理解類別。

伍、結論與建議

一、結論

由上述分析可以看出，統計主題的能力指標在統計認知面向中，大多著重於統計知識的培養。例如：雖然將認識數據的集中和分散程度視為學習目標之一，但是並沒有對數據所呈現的現象作延伸推論，也缺乏利用統計思考批判數據的合理性與呈現方式的合適性。而在圖表理解的

類別中，能力指標也較著重於統計圖表的繪製，以及資訊的讀取。相較之下，對於讀取圖表以外的訊息以及選取合適統計圖表等學習機會都尚未列入能力指標。因此，現行國中數學教科書中所呈現的學習機會也有類似的侷限，例如：教科書中對統計認知的培養主要集中在統計知識的部分，並透過在不同情境中的計算以精熟程序性知識的題目最多，超過所有題目的一半。

二、建議

爲了讓學習者能充分掌握各種統計能力，並以培養成爲統計公民爲目標。因此，建議能力指標增加對數據所呈現的現象作進一步的推理，初步認識和明白整個形成與解決問題的過程，讀取圖表深層或推論性的資訊，以及統計圖像的選用與批判等能力面向。

在 2 個版本中培養統計推理的認知項目所占的比例均少於 7% 的現況下，則有賴數學教師投入更多心力以培養學生的統計推理與思考能力。也就是說，2 個版本的教科書中鮮少培養學生理解抽樣，再從樣本推論母體；也沒有讓學生認識和明白整個統計探索的學習機會。但是，在獲得各統計知識能力後，嘗試去解釋統計的過程和解釋統計結果的統計推理能力是必要的，也是在國中階段應當培養的能力，而統計思考能力是否就要從國中階段的學習目標中排除呢？以臺灣學生在國際的數學成就評比表現結果，我們應該更有信心在課程綱要和教科書中強調統計推理與思考的能力。

什麼樣的活動可以提供學生發展統計推理與思考能力的學習機會呢？本研究提出下列方向作爲教科書或數學教師教學設計的參考：

（一）加強培養統計推理能力

讓學生透過形成問題與收集數據體驗與感受不確性的意義，並依據不同的目的分析和呈現數據，最後給予判斷、推論或決策。也可以透過

使用論述和證據以說服別人的方式，促使學生在實際脈絡中發展統計推理的能力。

（二）從各種迷思中培養統計思考

文獻上不難發現學生在統計思考中有很多迷思概念，也需要透過教學來幫助其澄清迷思概念或錯誤直觀。教科書或數學教師如果除了提供學生將資料重新整合與分析的學習機會外，也可提供容易產生迷思概念的情境問題讓學生批判與反思。如此，有助於培養學生在思考統計圖表與數字時的監控與調整等後設認知能力。

此外，選擇合適的統計量來進行分析，或是基於圖表訊息來推論預測一些現象，以及反過來從統計結果中找尋有效的統計證據或解釋數據的意義等，也都是值得教師嘗試設計的統計教學活動。

至於圖表理解的培養，教材主要讓學生知道圖像中各元素的意義，並能把原始數據整理後，以圖表或圖像顯示出已分組的數據。教材中有一些題目是讓學生「報讀」圖形中的資訊，而「報讀」是指「將統計圖表上所看到資料直接讀出來」。因此報讀圖表只是反映出對圖表中表層基本訊息的瞭解，尚未培養理解圖表深層資訊的能力。以 92 課綱的要求，對圖像的理解大部分只停留在「報讀」的層面，不管是對圖像的功能及選用、對於趨勢不確定性的評析等都沒有在教材中呈現出來。雖然提供學生如何說出圖像資訊的學習機會，但也只是要求利用一些基本的統計量進行計算，缺乏回答有關圖像理解不同層次的問題，也沒有提供圖像的選用及避免誤解圖像資訊等類型的圖表理解學習機會。因此，能力指標以及教科書中如何擴充圖表理解學習機會是值得進一步探討的問題。本研究提出下列方向作為教科書或數學教師教學設計的參考：

（一）重視圖像的功能作合適的選用

數據整理是數據分析的必要部分，不同的圖像強調不同程度的數據資訊。數學教科書中應當加強展現認識數據整理的過程和圖像選擇之間的連結，例如一些圖像表達形式之間的自然轉換（如折線圖和長條圖或

莖葉圖和直方圖)，使用多種表徵的呈現方式可能有助於學生更清楚理解圖像的意義。

(二) 對圖表資訊作深入的理解和分析

除了迷思概念外，學生在閱讀圖表的資訊時，也應多讓學生讀取和思考其它延伸資訊。現行的教科書大部分只要求學生達到讀取數據之間訊息的層次，對進一步要讀取數據深層訊息或推論的能力卻不太重視。因此，建議教科書或教師教學設計中增加培養統計圖表的選用、推論和判斷能力，或是批判圖表以及反思個人解讀圖表觀點的學習機會。

處於時常接觸到量化資訊的生活中，如果大眾缺乏批判與反思量化資訊的能力時，可能因為無法區辨證據和推論而被媒體所操控，或是忽略不相信的證據只看符合自己想法的片面資訊而各持己見。如此一來，社會大眾則難以客觀理性地溝通，並審理評估各種不確定性的可能性。

參考文獻

- 孔凡平、黃焱（2007）。統計學的介紹與應用。取自 http://www.hkedcity.net/iclub_files/a/1/68/resource/200704/37857_%B2%CE%ADp%BE%C7%AA%BA%A4%B6%B2%D0%BBP%C0%B3%A5%CE.pdf
- 王馨梅（2011）。九年一貫數學教科書之順序性、繼續性及銜接性分析：以統計與機率主題為例。國立臺灣師範大學科學教育研究所碩士論文，未出版，臺北市。
- 林碧珍、蔡文煥（2005）。TIMSS 2003 臺灣國小四年級學生的數學成就及其相關因素之探討。科學教育月刊，285（12），2-38。
- 邱婉嘉（2009）。臺灣與美國高中信賴區間單元教材內容之分析比較。國立臺灣師範大學數學系碩士論文，未出版，臺北市。
- 國家教育研究院籌備處（主編）（2008）。國民中學數學課本第六冊。新北市：編者。
- 康軒文教事業（2009a）。國中數學3下同步練習卷第14回。新北市：作者。
- 康軒文教事業（2009b）。國中數學3下段考試題參考2-2。新北市：作者。
- 教育部（2003）。國民中小學九年一貫92年課程綱要數學學習領域。取自 http://teach.eje.edu.tw/9CC2/9cc_92.php

- 陳冒海（主編）（2011）。國民中學數學（第六冊）。臺南市：南一。
- Ainley, J. (2000). Transparency in graphs and graphing tasks: An iterative design process. *Journal of Mathematical Behavior*, 19, 365-384.
- Aoyama, K., & Stephens, M. (2003). Graph interpretation aspects of statistical literacy : A Japanese perspective. *Mathematics Education Research Journal*, 15(3), 207-225.
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 3-15). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishing.
- Bright, G. W., & Friel, S. N. (1998). Graphical representations: Helping students interpret data. In S. P. Lajoie (Ed.), *Reflections on statistics: Agendas for learning, teaching, and assessment in K-12* (pp. 63-88). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Burrill, G., & Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. In C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education: A joint ICMI/LASE study* (pp. 57-69). New York: Springer.
- Chance, B. L. (2002). Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment. *Journal of Statistics Education*, 10(3). Retrieved from <http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html>
- Fernández, F., & Andrade, L. (2010). An experience in curriculum design for high school statistics education. In C. Reading (Ed.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society*. New England, Australia: International Association for Statistical Education and International Statistical Institute. Retrieved from http://icots.net/8/cd/pdfs/contributed/ICOTS8_C260_FERNANDEZ.pdf
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D. S., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education report: A pre-K-12 curriculum framework*. Alexandria, VA: American Statistical Association.
- Friel, S. N., Bright, G., Frierson, D., & Kader, G. (1997). A framework for assessing knowledge and learning in statistics (K-8). In I. Gal & J. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 55-63). Amsterdam: IOS and Press International Statistical Institute.
- Friel, S. N., Curcio, F. R., & Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *Journal of Statistics Education*, 10(3). Retrieved from <http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/garfield.html>
- Garfield, J., & delMas, R. (2010). A web site that provides resources for assessing students' statistical literacy, reasoning and thinking. *Teaching Statistics*, 32(1), 2-7.
- Garfield, J., delMas, R., & Chance, B. (2003). *The web-based ARTIST: Assessment*

resource tools for improving statistical thinking project. Paper presented at AERA annual meeting. Retrieved from https://app.gen.umn.edu/artist/articles/AR_EA_2003.pdf

Pingel, F. (2010). *UNESCO guidebook on international textbook research and textbook revision* (2nd rev. ed.). Paris: UNESCO.

Rumsey, D. J. (2002). Statistical literacy as a goal for introductory statistics courses. *Journal of Statistics Education*, 10(3). Retrieved from <http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/rumsey2.html>

Scheaffer, R. L., Watkins, A. E., & Landwehr, J. M. (1998). What every high-school graduate should know about statistics. In S. P. Lajoie (Ed.), *Reflections on statistics: Learning, teaching, and assessment in grades K-12*(pp. 3-32). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.