

論壇

對數學素養與十二年國教高中數學課綱的思考與展望^{*}

| 李華介、潘戎衍

壹、前言

以素養為導向的《十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——數學領域》（十二年國教數學課綱，2018）啟動先導研究計畫已經超過 10 年，正式實施也進入第 6 年，但除了課綱小組持續爭取大考數學考試使用計算機外，外界對數學課綱的意見與檢討似乎並不多見。兩位在大學數學系任教的作者，除了教授大學 1 年級的微積分課程，也長期參與大考中心閱卷相關工作，對於目前全國高中畢業學生數學表現的變化有相對清楚與真實的體驗。在這裡以自身的經驗分享對十二年國教數學課綱與數學素養的一些看法，特別是期望能藉由外部的不同意見，拋磚引玉，激發更多的反思。雖然下一波課綱目前動向未明，但我們期待對十二年國教數學課綱的反思之外，也能對未來課綱的發展提供一些可能的展望。當然作者的學思與能力有限，初步的看法未必成熟，歡迎各種不同意見與指教。

李華介，國立臺灣師範大學數學系特聘教授

潘戎衍，國立清華大學數學系特聘教授，E-mail: sypan@math.nthu.edu.tw

^{*} 本文部分章節改寫自作者之一於 2024 年 11 月 2 日教育部國民及學前教育署高中資訊科技學科中心舉辦之「2024 年高中數學教師教學研討會」的演講內容。

貳、數學素養與課綱

一、數學素養與 PISA 測驗

對於何謂數學素養？大家的認知皆有差異，甚至連一個題目是否為素養題，每個人的觀點也不盡相同。記得在 2017 年學測結束後，大考中心舉辦一場討論數學素養題型的會議。當時中心主任特別提及該年數學試題中關於近期新發現的可鑲嵌平面的凸五邊形的題目。與會一位教授立即提出質疑，認為該題不是素養題，因為考生不必看題目敘述，就可直接作答。確實在考試當下考生不一定需要瞭解何謂五邊形鑲嵌，不過在以後的教學現場，每當老師與學生探討這個題目時，便可探討五邊形鑲嵌這個有關藝術涵養與美感素養的核心素養項目。這不符合 Steen（1990）所提 5 類的數學素養中的休閒素養（numeracy for leisure）與文化素養（cultural numeracy）嗎？也就是說，這個問題一方面關聯到社會大眾在休閒娛樂（如拼圖、遊戲策略、運動賭注等）中所需要的數學素養，另一方面也提供了社會大眾在圖形鑲嵌歷史層面所體會到數學的實用與美感。所以不論該題是否符合大家對素養題目的標準，但從教育的層面來看，它確實能達到核心素養的目的。整體來看，素養指的是多年來累積的個人內涵，實在很難用特定的形式去評量。我們不必太拘泥於哪些是素養題型、哪些不是，而是著重於如何達到培育具有數學素養國民的目的，也就是要如何將合適的數學問題，在教學中轉化成培育數學素養的問題。

關於數學素養，國內的文獻上大多採用經濟合作發展組織（Organisation for Economic Co-operation and Development, OECD）所推動的《國際學生評量計畫》（Programme for International Student Assessment, PISA），用“mathematical literacy”來表達。這裡的定義，只能說是 PISA 認為幫助學生（15 歲）成為 21 世紀公民在數學方面所需達到的能力指標。為了方便起見也避免翻譯所造成詮釋上的偏失，以下

列出其原文定義：

Mathematical literacy is an individual's capacity to reason mathematically and to formulate, employ, and interpret mathematics to solve problems in a variety of real-world contexts. It includes concepts, procedures, facts, and tools to describe, explain, and predict phenomena. It assists individuals to know the role that mathematics plays in the world and to make the well-founded judgments and decisions needed by constructive, engaged and reflective 21st century citizens. (OECD, 2018, p.7)

PISA 既然強調用能解決真實情境下的數學問題，評量的問題自然大多與生活情境有關。因為十二年國教數學課綱與大眾對此測驗的重視，現在國內有許多素養情境導向的試題研發計畫與相關的研討會，有些學校老師也會特別教導學生處理數學情境的問題，甚至於補習班也開設專注於處理生活情境有關問題的課程。事實上提升學生數學素養，應該著重於教材教法，這類試題應該只是教材的一部分。過度著重於學生處理這類問題的訓練，和過去大家詬病學生做太多沒必要的數學訓練又有何異？從吳昭容等人（2014）所做的調查顯示，事實上也有一些學者對於 PISA 這類的評量有不同的看法。例如，題目即使貼近生活但大多經過設計，充其量僅能評量該情境下的知識與技能，未必能顯現學生在真實世界的知能，而且有些題目與數學課程並無直接關聯，反而比較像是智力測驗等等。試想，既然要讓學生瞭解數學與日常生活的關係，題目不宜經過太多的設計，而照著這些設計過的題目教學或測驗，有時可能反而限制了學生思考的多樣性。或許老師們以這些題目為引導，找出日常生活經驗中的例子，讓學生可以討論辨識出與哪些學習的數學內容相關，才是正確之道。Kosko 與 Wilkins（2011）認為這類的評量中開放性的問題，卻大多用制式的標準來評分，無法顯現素養中以數學方式溝通、表達想法的能力。事實上，作者之一在參考這類的開放性問題時

發現，有的問題反而要從思考出題者欲評量什麼的角度作答，才能得到好的分數。對於這類開放性的問題，老師應該讓學生在課堂上充分表達自己的看法，瞭解他們思考、溝通的能力，並即時與學生探討觀念上的偏差，不應該只讓學生在紙上練習作答而已。

PISA 的評量計畫，主要希望從不同國家間的比較，瞭解一些文化背景、經濟環境以及教育方針等，對 15 歲學生學習的影響。政府有關單位應該以較開放的心態看待這些教育成效評鑑資訊，作為制定教育政策的參考，而不是將這些評比視為國力展現的依據，過度強調 PISA 素養評量，卻忽視了素養的培養所應著重的教學與學習方式。

二、數學素養與十二年國教數學課綱

我們必須瞭解，數學素養並不僅是處理真實生活上的數學問題，不應該因為 PISA 的評量方式而過度強調學生處理情境化的數學問題。素養談的應該是累積的數學知識能否用之於應付將來各方面所面對的問題。在評量上需要關注累積的數學的知識內容，如果過度強調生活化的情境問題，那麼學生未來遇到不同的情境，是否有能力處理呢？也就是說，數學知識的普遍性與情境問題的特殊性需要取得平衡，不可偏廢。在李國偉等人（2013，頁 5）中將數學素養內涵闡述為：

數學素養指個人的數學能力與態度，使其在學習、生活、社會、與職業生涯的情境脈絡中面臨問題時，能辨識問題與數學的關聯，從而根據數學知識、運用數學技能、並藉由適當工具與資訊，去描述、模擬、解釋與預測各種現象，發揮數學思維方式的特長，做出理性反思與判斷，並在解決問題的歷程中，能有效地與他人溝通觀點。

這個關於數學素養的闡述，應該比較符合大家共識。要有足夠的數學能力與態度，才有可能在學習、生活、社會、與職業生涯中利用數學

思維方式處理問題。這裡的能力與態度，並不是指片面的數學知識、也不是指精熟深奧的數學理論，而是要有足夠的數學成熟度。什麼是數學的成熟度？這裡不是要拿一個新的名詞來解釋另一個名詞，而是希望「成熟度」這個名詞較能讓大家體會其意義。舉例來說：一本探討數學之美或數學多有趣的科普書籍作者未必是數學家，但其對要探討的內容一定有相當的熟悉與投入（即前述的能力與態度），才能看到一般人沒有注意的特質，吸引讀者的興趣。同樣的，讀者對於該書所要探討的內容也要有一定程度的認識與興趣（即前述的能力與態度），才能領略作者觀點產生共鳴，這就是數學成熟度的展現。

素養的培育在不同的學習階段應該有不同的方法與目標。對於國小、國中階段，著重於利用生活化的問題，讓學生瞭解數學的重要性以及實用性，這樣的教學方式應該對於達到讓學生接納數學，甚至喜歡數學的目標相當有幫助。到了高中階段，學生大多有了既定的興趣與生涯規劃，再加上學習的內容已超脫日常生活的問題，此時數學素養的培育方式與目標應該朝著前述所謂成熟度來發展。

如何在具普遍性與抽象性的數學理論與具特殊性與具體性的素養題材之間取得平衡並不容易，特別是在高中數學數 B 的部分。因為預設修習數 B 的學生，對數學需求較少，未來也不見得會繼續修習數學相關的課程，如何引起這些學生對課程內容的興趣，並且能提供足夠的數學能力以應付生活所需，在在考驗課綱制定者與教科書編寫者的能力與智慧。十二年國教數學課綱在 11 年級數 B 的課綱加入以下數 A 所沒有的內容：「S-11B-1 利用長方體的展開圖討論表面上的兩點距離，認識球面上的經線與緯線」、「S-11B-2 圓錐曲線：由平面與圓錐截痕，視覺性地認識圓錐曲線，及其在自然中的呈現」、「G-11B-3 平面上的比例：生活情境與平面幾何的比例問題（在設計和透視上）」。

其中球面的經緯線與圓錐截痕背後的數學理論並不簡單，即使在數 A 也未將其納入課綱當中。我們認為這些題材都是很好的數學素養題材，非常適合老師在教導相關的主要學習內容與學生一起探索。但這些

素養相關的題材既然放進課綱裡面，自然也就成為考試命題的範圍，但就大考中心的統計資料來看，學生作答情況有點像是猜謎遊戲，並不十分理想。數學在其他領域的關聯與運用非常多，數學素養的培育應在於能自發或經由別人的闡述，體驗或理解其中數學的元素，而不是要求大家刻意的學習其中數學的元素再來體驗或理解。將這些接近素養的題材列入課綱成為大家都需要學習的目標，甚至變成考試題目，會不會反而產生反效果？如何以更合適的方式呈現這些素養題材，值得大家一起思考。

三、數學素養與教學

數學素養應該講究的是教材與教法。就如十二年國教數學課綱（2018，頁3）課程目標的第一點所述：「提供學生適性學習的機會，培育學生探索數學的信心與正向態度」，只要這一點能達到，後面幾點自然能成。這裡所指的「探索數學」與十二年國教課綱高中社會、自然領域的「探究與實作」相呼應。有別於過去學生只被教授知識這樣的「被動式」的學習方式，探索或探究的精神在於「主動學習」。簡單來說，就是老師講解完一個新的概念或知識後，以探索的方式引導學生發現問題、解決問題。探究的內容不應設限，可依據學生的程度探索能更瞭解該知識的問題、糾正觀念的問題，甚至探討條件變更所引發的問題或是與生活相關的問題。過去被動的學習方式，學生缺乏參與思考的過程，以致於認為背誦是最快速的學習方式。若能經由探索的方式的學習過程，瞭解到思考、理解是學習數學的有效方法，學校的學習體驗應該會優於補習班，那些公式化與處理大量艱澀問題的學習方式自然會被摒除。十二年國教數學課綱所擔憂而設限的問題也就可以迎刃而解。探索數學這樣的教學方式，不管是引導的方式或由學生自行提出問題，都符合總綱核心素養中自主行動這個面向。而在提出問題，學生共同討論、解決問題的過程，也與核心素養中溝通互動這個面向相吻合。

參、對十二年國教高中數學課綱的幾點思考

一、交錯的三軌學習路徑

「高中 2、3 年級分軌學習」是十二年國教數學課綱與之前課綱的一個主要不同之處（張鎮華，2024）。十二年國教數學課綱在 11 年級分為「數 A」與「數 B」，12 年級分為「數甲」與「數乙」，並在學習路徑上建議高數學需求的學生 11 年級修數 A 且 12 年級修數甲；低數學需求的學生 11 年級修數 B 且 12 年級自行選修或不選。以上部分我們認為並沒有問題，然而對於不同面向需求的學生，十二年國教數學課綱的學習路徑一開始認為不管 11 年級修習數 A 或數 B，到 12 年級都適合修習數乙（十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——數學領域（草案），2016），但是後來可能發現數 B 作為數乙的預備知識，內容會有所不足，於是又做了一點修正，改為修數 B 的學生可藉由補足部分數 A 的內容，繼續修習數乙（十二年國教數學課綱，2018）。這樣交錯且不夠明確的學習路徑讓後來大考中心在制定數乙分科考試的內容時產生相當大的爭論，有人認為數乙考科在 11 年級應該考數 A 的內容，有人則認為應該考數 B 的內容，甚至有人認為只能考數 A 與數 B 的交集，也就是兩者皆有提及的內容。這一個學習路徑不明確的問題，不管在教學或試務上都造成相當大的困擾。

我們可以理解交錯學習路徑的目的是為了保持學生轉組的彈性，但是我們認為少數可能轉組的學生（主要是 11 年級修習數 B，而 12 年級想修習數乙）應該自行透過補救教學來補足數 A 的內容。課綱不應該為了遷就無法預知的少數學生，反而造成學習路徑與制度上的更多的混亂。

二、十二年國教數學課綱螺旋式教學的問題

十二年國教數學課綱另一個被提及的特點就是「螺旋式教學」，也就是說一個主題被拆成幾個部分，分別在不同的年級教授，讓學生

能一再複習同一個主題，不會學過一次之後就不再接觸。例如，「機率」這個主題，分別在 10 年級教授「古典機率與期望值」（D-10-4），11 年級數 A 教授「主觀機率與客觀機率」（D-11A-1）、「條件機率」（D-11A-2）與「貝氏定理」（D-11A-3），12 年級數甲教授「離散型隨機變數」（D-12 甲 -1）、「二項分布與幾何分布」（D-12 甲 -2）。又例如在指數與對數方面，10 年級教授「指數：非負實數之小數或分數次方的意義」（N-10-3）與「常用對數 \log 的意義，不談其他底的對數」（D-10-4），11 年級教授「對數律：從 10^x 及指數律認識 \log 的對數律，認識一般底的對數」（A-11A-4）與「指數與對數函數：指數函數及其圖形，按比例成長或衰退的數學模型，常用對數函數的圖形」（F-11A-4），12 年級數甲教授「數列的極限：從連續複利認識常數 e ，認識常數 e 之後，可介紹標準指數函數及自然對數函數」（N-12 甲 -1）。

螺旋式的學習本來是一個合理的學習方式，但是十二年國教數學課綱在制定上似乎有點過分遷就螺旋式學習而將主題分割過細，以至於一個主題可能剛提到重點就暫停了，也因此可能因為學習中斷而不容易引起學生的學習興趣。另一方面，我們也聽聞不少高中教師第 2 年或第 3 年再回到同一個主題時，可能需要額外的時間複習前一年教授的內容，產生授課時時數不足以涵蓋所有內容的問題。另外螺旋式教學，顧名思義，在學習過程中有一個主軸，隨著不同題材所累積的知識與經驗漸進學得更進一步的概念與知識，伴隨著核心概念而成長。我們認為十二年國教數學課綱在這方面的處理並不是非常理想，雖然有題材的切割卻看不出主軸的概念。如何達成螺旋式學習的理想卻又避免主題分割太細的問題值得深思，我們在本文的後半提供一個思考方向，希望對處理這個問題能有所幫助。

三、十二年國教數學課綱的負面表列

原本課綱的目的是制定課程的主要內容，以作為教科書編著的依據。而在上一版的《普通高級中學課程綱要》（99 課綱）首次在課綱的

條目出現負面表列，也就是規範某些題材不能被寫進教科書裡面。當時作者之一參加其中一場說明會時，課綱召集人明確指出其目的就是要讓這些內容考試不能考，只要考試不考，老師就不會教。我們認為若以當時召集人的想法，考試領導教學，那就不必制定課綱，直接制定考綱即可。以這樣的限制性思維來訂定課綱的做法，我們一開始就無法認同。

十二年國教數學課綱不只增加更多的負面表列，也在一些內容標示「※」與「★」，分別表示為「進階教材建議不納入全國性考試的範圍」以及「不列為評量的直接命題對象」。而這些被十二年國教數學課綱禁止或限制的題材，有些讓人非常不解，例如，「N-10-2 絕對值不等式只談 $|x-a| > b$ 和 $|x-a| < b$ 為原則」。但是以上不等式的形式與 $|ax-b| > c$ 或 $|ax-b| < c$ 的形式在處理上並沒有什麼太大的差別，而且 7 年級的課綱提到「一元一次不等式的解與應用」也沒有限制 x 的係數不能是 1 以外的常數，結果造成 7 年級學過的知識反而在 10 年級不能教這種荒謬的事情。再一個例子：「引進實數的區間符號，可包括區間的聯集以及 $\pm\infty$ 符號，僅限表達不等式的解區間，不做區間的集合運算」（N-10-2）。

其中「不做區間的集合運算」這句話在課綱 3 個不同地方出現，可見課綱小組非常在意這件事情。而國家教育研究院（2024，頁 511）提到「可設計聯立的絕對值不等式，但僅以兩個不等式為限」。也就是說，如可以求 $|x-3| \leq 1$ 且 $|x-2| \leq 1$ 聯立的解集合，但不能操作 $[2,4] \cap [1,3] = [2,3]$ ？這樣的限制不是很奇怪嗎？另外一個例子：「S-11B-1 認識球面上的經線與緯線」、「S-11B-1 認識兩面角，但除了直角以外，不必以幾何方式處理一般的兩面角」。問題是地球表面上的經線就是透過一般的兩面角來定義的，可以介紹經線卻要求不能以幾何方式處理一般的兩面角，這樣的限制並不合理。以上十二年國教數學課綱負面表列的例子讓人無所適從，我們完全無法理解為什麼需要做這樣的限制？

或許課綱小組希望透過課綱的負面表列來限制大考試題的取材，但是大考因為大學入學鑑別的需求，無可避免要維持一定的難度與鑑別度，不可能皆大歡喜，讓大家都考高分。由於課綱對考試題材的限縮，

可能迫使考題的難度往比較片面或細節的方向發展，反而和當初設限的目的相左，這應該也不是大家所樂見的。

十二年國教數學課綱負面表列所造成的影響，讓教科書的作者綁手綁腳，過去希望推行的一綱多本，演變成了「一綱一本」，反而違背了因材施教的基本教育原則。這樣對內容設限的負面表列並不符合總綱核心素養中「自我精進」的意涵，也違背數學領域核心素養具體內涵所述：「學習數學的正向態度以及能持續地探索與解決數學問題」。

十二年國教數學課綱的設限，僅因為認定一些學生學習上可能的困難，就齊平式地只允許大家在教室裡學習較淺層的部分。我們認為課綱核心素養雖然強調學習的公平性，但現在為顧及一些學生學習的困難，剝奪了其他學生學習更深入內容的機會。反而可能更不公平，也違背了課綱適性揚才的宗旨。

四、十二年國教數學課綱對教學的限制

十二年國教數學課綱不僅對內容處處設限，甚至在教學或評量方式上也到處下指導棋，如：「A-10-2 綜合除法之除式僅作 $x-a$ 即可，不必推廣到 $ax-b$ 。不涉及使用分離係數法」，以及：

G-10-7 盡量一致以「斜角」作為角的概念心像。銜接國中的長方體經驗，在長方體的截面上示範三角測量，在三角比的脈絡中，延展國中的空間概念，並可延伸至正角錐體。三角測量不設獨立單元，以示範三角之基本性質為主，融入教學脈絡之中，多舉出歷史上的重要應用範例。（十二年國教數學課綱，2018，頁 46）

作者之一在教授積分的部分分式方法時，需用到多項式的長除法。而一位學生在做長除法時不會分離係數。問了學生才知道，他的高中老師說分離係數容易出錯，叫他們不能使用。另一位學生用分離係數法很快就解決同樣的問題，這位學生說是補習班教的，覺得很好用。其實分離係數只是簡化符號，並沒有什麼理論困難的地方，沒有必要因為部分

學生可能容易出錯就要求所有的學生不能學習。大家所熟悉十進位的表示法，其實就是一種分離係數的表示法，另外用增廣矩陣來解聯立方程組也是一種分離係數法。為什麼解聯立方程組可以使用分離係數法，但多項式的長除法卻不可以呢？我們認為就算不將長除法的分離係數法列入課綱的內容，也沒有必要將其列為不能教授的題材，而應該是將教授與否的決定權留給教師與教科書作者。

另一個關於「斜角」的指導棋也很奇怪，因為很多遇到的夾角可能是水平夾角，我們不懂水平的夾角要如何看成「斜角」？為什麼一定要「盡量一致以『斜角』作為角的概念心像」？為什麼三角測量需要在長方體的截面上示範？明明三角測量提供很好的數學素養題材，為什麼不能成為獨立單元？這和我們前面提到的概念一樣，學生應該要有機會能依其能力學習各種合適的方法，而不是因為課綱而處處受到限制。

五、計算機與課堂教學

計算機融入教學不是十二年國教數學課綱才開始，《普通高級中學課程暫行綱要》（95暫綱，稱為「電算器」）、99課綱（稱為「計算器」）都在指對數以及三角函數部分提及使用計算機。至於統計與極限部分，雖然95暫綱涵蓋內容較少並未提及計算機，但99課綱在這部分，特別是極限部分，反倒比十二年國教數學課綱更進一步以圖形及電腦輔助說明。十二年國教數學課綱在計算機方面比較明顯的改變，可能就是計算機的誤差問題以及不涉及查表。有人羅列了十二年國教數學課綱許多條目來說明其比以往更強調計算機，但這只是因為十二年國教數學課綱採用螺旋教學的方式，原主題必需細分更多條目所造成的結果。

不過十二年國教數學課綱的課程手冊（國家教育研究院，2024）對於計算機確實著墨不少。但是課程手冊對於計算機的內容，卻讓人容易有「只要計算機算得出來的就不必教的誤解」。數學評量並不是只要算出問題的答案就可以，更重要的評量目的常常是觀念理解與應用，數學式的思考與推理。十二年國教數學課綱的課程手冊在教學輔助工具方

面，也讓人有過度依賴計算機的疑慮。例如，在方格紙上利用計算機描點繪製三角函數、指對數函數圖形就顯得很不切實際。在課堂上等著學生一個個按壓數個數值來繪圖所花費的時間，是否與繁瑣的計算一樣沒有必要呢？描點繪圖確實能讓學生感受到函數的變化，但按壓計算機這樣重複的動作對於理解函數卻難有助益。反倒是三角函數表、對數表能一次看到多個數值，更適合用來描點繪圖。課綱本身未論及查表，但課程手冊卻爲了計算機使用而明文否定查表，這種操作讓人不解。查表有其歷史背景，從列表中能看到相關函數的成長趨勢以及驗證相關的性質，從素養的角度來說也是一個值得探索的課題，不應該被否定。另外利用動畫以單位圓上的動點與 x 軸的位置關係，馬上就可以視覺展現正弦函數的圖形。這樣的動畫從廣義角的正弦定義、正弦遞增遞減的速率，凹向性與週期性等性質都一覽無遺，更能讓學生印象深刻。讓學生搜尋相關函數圖形的電腦動畫，然後在課堂上展現這些動畫，也比按計算機更有趣也更有參與感。

數列、函數的極限問題，也不是用計算機按壓幾個數值就能體會其真實意義，因爲計算機有限性，有時在愈接近時，由於誤差的關係，反而更遠離極限值。僅用計算機讓學生瞭解極限的概念，未必是一個好的方法。或許按壓幾個數值能讓學生瞭解可能愈來愈接近一個數值，但這對極限的瞭解幫助有限。這個數值很可能是無理數，或是非有限小數的有理數，用計算機僅能知道它大概趨近於某個有限小數，但這完全失去極限是可以任意逼近的概念，甚至更難讓學生理解極限的唯一性。而電腦的計算程式不止能一次提供大量的數據，有更好的精確度降低誤差造成誤判的情況，若再加上圖形程式的輔助，在求極限點任意拉近，更能彰顯極限的定義。

99 課綱就已提及電腦的輔助，十二年國教數學課綱卻反而特別強調計算機的使用。近代電腦與網路快速的發展，我們可以很容易取得比計算機更有效率的協助。使用工具的素養，並不是只會使用單一的工具，而是學生學習的數學素養可以讓他們自行學習使用工具。網路上許

多資源以及一些程式或軟體的使用說明，功能展示都更符合數學的邏輯思維。只要數學成熟度夠了，應能很快學會使用這些工具。從核心素養要求善用工具的角度來看，十二年國教數學課綱過度強調計算機，反而是一種倒退。

關於學校教學使用計算機對學生計算能力的影響，大家的意見可能更為分歧。一方認為過度使用計算機，容易造成基礎運算能力缺乏，將不利於進階數學概念的學習。另一方則認為計算機能做的事，為何要浪費時間用人腦（或紙筆）計算？不過至少兩方都能接受的是，不要過度依賴計算機，且避免繁瑣無謂的計算。

這幾年因為十二年國教數學課綱以及電腦科技的普遍，課堂上一些需要計算的場合，學生也會很自然地拿起手機幫忙驗算。令人欣慰的是，到目前為止學生對計算機的依賴並不大。雖然作者有些考試同意學生使用計算機，但因為試題並不需使用計算機也能作答，真正拿出計算機操作的並不多。不過以下是作者之一親身經歷的上課情景，值得分享：

在微積分課介紹數列的極限。因為是生科等數學需求度不高的科系，所以沒有使用 δ - ϵ 的定義，而直接舉了 $1/n$ 的例子說明在 0 附近選一個誤差範圍例如 $(-0.01, 0.01)$ 這個區間，我們都可以找到某一項（如第 100 項）之後的每一項都會落在這個範圍內。馬上有學生舉手問我為什麼？我有一點訝異，問他 $1/100$ 和 $1/101$ 哪一個比較小？更讓我訝異的是他說要算一下，然後拿出計算機按了起來。他按的時間比我預期的久，感覺全班都安靜了下來等他的答案。結果他說 $1/101$ 比較大！我問他確定嗎？按出的結果是多少？他說 0.04 幾。我很肯定地告訴他按錯了。他再重複按了幾次，向我說對不起他按錯了，不過 $1/101$ 還是比較大。再次詢問他結果，他告訴我 0.0099 多。我將兩個數字寫在黑板上，再次問他哪一個比較大，他才再次抱歉說他看錯位數了， $1/100$ 比較大。

下課和學生談了才知道他是來自國外的新生，習慣依賴計算機來做計算。十二年國教數學課綱（2018，頁2）在使用工具的素養這一段，開門見山就說：「我國即使在最基本的計算機教學，都遠遠落後於世界各先進國家」。是不是真的遠遠落後有待檢證，但是我們希望不會看到未來臺灣修習微積分的大一學生，要靠計算機才能判斷 $1/100$ 與 $1/101$ 的大小。

六、計算機與大學入學考試

我們之前提到，計算機協助教學並非十二年國教數學課綱所特有，但的確是十二年國教課綱小組與全國教師工會總聯合會的幹部極力倡議大學入學考試數學考科使用計算機（但奇妙的是，同樣需要計算的自然考科卻完全無此倡議）。爭取在大考使用計算機最主要的理由就是「大考不考，老師就不教」這種考試領導教學的預設立場，也就是說，倡議者認為大考不准使用計算機，老師為了訓練學生計算能力，課堂上就不會要求學生用計算機。倡議者認為課堂上不使用計算機使得數學教學花最多的時間在計算上，無法好好教導觀念與理論，學生也因此考試時耗費大量時間作機械性的計算而無暇好好做論證與推理。

不過以上的說法與我們對目前教學現場的瞭解並不相符。我們所接觸高中數學教師的說法都相當一致：要教的內容太多了，哪有時間花在計算上？若演示的內容有比較複雜的計算，也是直接給數值讓學生另外自行驗算，也不會讓學生當場使用計算機驗算，因為等學生按計算機同樣太花時間了。許多教師都希望能好好教導觀念與理論，而不會花太多時間處理計算的內容（不管是筆算還是按計算機）。至於學生是否做作業時會使用計算機呢？高中教師的回答也幾乎都是：有需要時會使用（不過大部分是用手機的計算工具，而非手持的計算機）。從這些回應顯示，目前高中生對計算機的依賴性還不算高，高中數學教學也並未花費太多時間在紙筆的計算上面。不過如果大考開放計算機使用，會不會反而造成計算機使用的過度訓練與學生的過度依賴呢？

有些老師支持考試使用計算機，是認為計算機能降低考試壓力，讓考生有足夠的安全感。不過使用計算機，必需視線在試卷與按鍵視窗中頻繁互換，其實出錯的機會並不小。除了擔心輸入錯誤與反覆檢查的問題外，許多學生也認為若考試使用計算機，尤其是大考等重要的考試，很可能為了保險起見，甚至連平時不需計算機簡單的計算，都會用計算機驗算。目前大學入學考試考題數字的設計，大多會讓以正確觀念或方法處理時計算相對簡單，繁複的計算不是考試評量的重點。所以當考生處理問題時，若數字愈來愈繁複，通常會警覺是否走錯方向，進而重新修正。倡議大考使用計算機者主張，考試使用計算機可以使用較真實的數據，不需要另外簡化設計。問題是，真實的數據需要學生大量按壓計算機，這樣會讓學生花費更多的時間在處理計算的問題，而非觀念的思考與推理，反而更遠離他們所倡議的目標。

大考使用計算機的倡議者認為考生花了大量時間計算，沒有時間思考推理，其實和我們多年來協助大考中心處理閱卷事宜的經驗完全不符。大考題目的設計大多一開始是簡單的概念，僅涉及簡單的計算。大部分在這第1階段出錯的考生，很明顯的都是概念錯誤。至於第2階段，需要進一步推導，相當部分的考生在這個階段無法繼續。第3階段的歸納整理部分，或多或少需要計算，但能成功進入這個階段的考生，這些計算的操作對他們不會造成太大的困擾。簡單來說，絕大部分的考生是在第2階段分析推理的階段，無法正確作答。學生成績不理想，計算通常不是主要的因素。不過近年來閱卷發現簡單計算出錯的情況逐漸增加，不少閱卷委員推測可能是因為學生對計算機的過度依賴。

計算機的使用對於評量目標的影響也值得注意。評量的目的是檢視學習的成果，而不是不論方法能得到答案即可。而我國的大學入學相關考試，主要是著重於概念與邏輯推導。因此只要大考中心依據這個原則不涉及複雜的計算，大考應該就沒有使用計算機的必要。我們認為大考一旦開放使用計算機，所造成的影響或混亂可能會遠超過十二年國教課綱小組的預期。同樣地，我們也認為十二年國教課綱小組關於計算機對教學與測驗的影響也未能提供足以說服大家的分析與評估。

七、十二年國教課綱弱化的分數與不等式

將計算機融入教學或納入大考必然會對數學學習產生相當大的影響，一個可以預見的情況是計算機會讓學生更容易以小數表示來取代分數表示。雖然小數在某些情況下有其方便之處，但在大部分的情況下小數比分數更難以處理乘法與除法的運算。以作者參與幾年前數甲非選擇題閱卷為例，題目需要計算 0 與 1 的中點，大部分學生可以寫出 $1/2$ ，然後接下來需要整理這個二次式 $(t-1/2)^2+t^2+(-1)^2$ 並且配方，有相當比例的學生可以完成題目的要求。另外有小部分的學生會以 0.5 來表示 0 與 1 的中點，這當然是正確的，但是到下一步需要整理並且配方 $(t-0.5)^2+t^2+(-1)^2$ 這個帶有小數係數的二次式，選擇這條路的學生幾乎無人可以完成這個步驟。當時的考生仍是使用 99 課綱，可以預見在十二年國教數學課綱強調計算機使用的情況下，會有更高比例的學生傾向於小數表示，也因此可能有更多的學生會在類似的問題上遇到困難。雖然十二年國教課綱小組一直強調計算機的正確使用時機，並且強調計算機使用可以幫助學習成效較差的學生不再畏懼計算，有助於數學學習。但是作者不敢如此樂觀，我們反而認為學習成效較差的學生會過度使用且過度依賴計算機，並且可能因此對數學學習造成更不利的影響。

十二年國教數學課綱（特別是課程手冊）過度強調計算機的使用，也因此有意無意地在題材的選擇上產生了一些偏差，特別是弱化了不等式與分數等不適合使用計算機的題材。例如，「N-10-2 絕對值不等式只談 $|x-a| > b$ 和 $|x-a| < b$ 為原則」、「A-10-2 綜合除法之除式僅作 $x-a$ 即可，不必推廣到 $ax-b$ 」。

我們之前已經提過，這樣的限制看不出有任何數學上的合理性，唯一能想到的解釋就是計算機比較不合適於處理不等式與分數相關的問題，因此這些題材就被弱化了。另外十二年國教數學課綱也完全沒有提到二元一次聯立不等式，特別是數甲的課綱沒有提到線性規劃，因此除非教師自行補充，否則修習數甲的學生很可能沒有機會學習到二元一次聯立不等式。但是不等式與分數（或有理式）都是非常基本且重要的題材，筆者在大學微積分的教學現場也感受到使用十二年國教數學課綱的

學生在這兩方面的能力有所不足。

八、十二年國教課綱延遲引進函數核心概念

十二年國教數學課綱提到：「F-10-1 在課程脈絡中，認識 $f(x)$ 之函數符號的必要性與合理性」、「F-12 甲 -1 函數：對應關係，圖形的對稱關係（奇偶性），凹凸性的意義，反函數之數式演算與圖形對稱關係，合成函數」。

也就是說，十二年國教數學課綱雖然在 10 年級就會提到特定函數的例子，如一次函數、二次函數等等，但要到 12 年級數甲才會正式介紹函數的抽象概念與基本性質。這樣會產生的問題是在 10 年級或 11 年級介紹多項式函數、三角函數、指對數函數時不見得會特別強調函數的定義域、值域、對稱性等基本概念，而到 12 年級介紹這些概念時，通常也不會再特別去回顧三角函數或指對數函數的相關性質。另一方面，學生一直經由特定的例子來理解函數，容易讓學生覺得函數就只是用特定數學公式表示的式子，而不太容易習慣抽象的對應關係。例如，當我們用一個函數的不定積分來定義它的一個反導函數時，學生可能就比較不容易理解這種沒有明確數學式的函數構造方式。

雖然十二年國教數學課綱到 12 年級數甲才介紹反函數的概念，卻又在 10 年級的課綱提到：「G-10-7 用計算機的反正弦、反餘弦、反正切鍵計算斜角或兩相交直線的夾角」。為瞭解釋這種前後不一的矛盾，課綱小組只好在課程手冊（國家教育研究院，2024，頁 526）特別強調：「反正弦、反餘弦、反正切僅用於三角比到廣義角的『反查』，並非反函數概念，此條目不涉及函數觀念。」但是在 $y=f(x)$ 的函數表中從 y 去找 x 才是「反查」，在 $y=f^{-1}(x)$ 的函數表中從 x 去求 y 就是「反函數」。把按「反正弦、反餘弦、反正切」的按鍵稱為「反查」其實只是蓄意規避（反）函數的說詞，無法消除課綱在函數這個主題次序編排合理性所受到的質疑。

因為目前入學制度的關係，12 年級課程的內容不包含在學測考試的範圍裡面，很多學生常常很難完整地學習，所以實務上很可能有不少

學生沒有真的學到函數的概念。筆者在大學的微積分課堂上就遇到好幾位學生表示完全沒學過函數蓋射的概念，對理解反函數也有困難。這當然非常不利於微積分的學習，因為整個微積分的基礎就是建立在實數值函數這個基本概念之上。最近幾年，我們一直聽到大學同事抱怨許多學生修習微積分遇到不少困難，我們推測這可能與十二年國教數學課綱延遲引進函數概念有密切的關聯。

肆、對未來高中數學課綱的展望

一、明確的學習路徑

原則上我們認同十二年國教數學課綱在 11 年級區分數 A、數 B，12 年級區分數甲、數乙的結構，但我們希望未來能有以下 3 條明確的學習路徑：（一）10 年級數學、11 年級數 B、12 年級選修或不選；（二）10 年級數學、11 年級數 A、12 年級數乙；（三）10 年級數學、11 年級數 A、12 年級數甲。

這樣才能真正制定出數乙合適的學習與考試內容，並且避免目前在教科書編寫與考科內容制定上的混亂。而少數因為志趣改變，11 年級修習數 B 但 12 年級想要修習數乙（甚至數甲）的學生，應該藉由學校的補救教學或課程輔導來補足數 A 的內容。

而 11 年級的數學既然區分為數 A、數 B，就應該因應不同類型的學習目標，而有更多內容與深度上的差異。對數 B 的學生來說，未來需要的數學知識與技能不多，因此可以進一步考慮降低數 B 的抽象化程度與減輕學生的學習壓力，讓數 B 的內容更具探索性且更素養化。加深數學與生活的連結，但不需要太多抽象的數學知識。

另一方面，修習數 A 的學生，不管 12 年級修習數甲或數乙，將來進入大學之後會有相當大的比例修習微積分、線性代數、機率或統計，甚至更進階的數學課程。那麼課綱的制定應該要能讓這些學生具備修習

這些進階課程的能力，而不是讓這些學生需要再透過補救教學才能銜接大學的課程。因此我們期待未來的高中數學課綱能與大學端有更好的溝通，並做好高中數學與大學相關課程的銜接工作。

二、課綱應注重核心而非細節

課程綱要顧名思義是訂定核心的教授內容，無需在意太多細微末節。主要內容確定之後，提升素養的教材教法就讓教科書及教師端好好發揮。核心的內容，應審慎客觀，提供學生未來更進階學習所需要的必要知識背景。內容的增加與刪除，應參酌各方意見（包括非數學領域專家），且應該避免個人的成見。過去幾次的課綱修訂，有時添加或強化過去並不熟悉的內容，老師與學生都花了許多精神處理該內容相關的問題，以面對大考可能出現的題型。幾年過後，大家都熟悉這個課題，新的課綱又將之移除或弱化，而加入了另一個新的內容，如此循環下去。作者之一曾經針對這個問題詢問課綱召集人為何加入某個主題，得到的回答是因為有些國家的課綱有提及該主題；又詢問那為何刪除了某個主題時，得到的回答竟然也是因為有些國家的課綱沒有提及該主題，讓人有點啼笑皆非。這其中，「插值多項式」就是一個明顯的例子。99 課綱在許多人質疑的情況下，依然將插值多項式納入課綱，到十二年國教數學課綱，插值多項式就差不多等於消失了（雖然還留著「A-11A-2（三元一次聯立方程式）連結插值多項式，作為產生三元一次聯立方程式的範例之一」這樣數學上不太合理的描述）。我們認為插值多項式比較接近特殊的技巧而非核心概念，沒有必要放進課綱，不過如果授課老師認為需要，可以在介紹多項式函數、線性組合等主題加入當成探索的課題。

當然我們不是說課綱內容不應更動，事實上隨著時代科技的進步，對於數學需求確實也跟著改變。例如線性代數在現今數位科技，需要處理大量資訊的年代就顯得比以往更重要。只是我們期待課綱的內容更動是朝著大方向改進，而不是在一些較枝節的部分。要討論出符合當前科技與文化趨勢的數學課綱並不容易，各方的見解不同，甚至有些見解是

相對立的。例如丘成桐院士多次談論他的數學學習經驗，強調平面幾何仍應在中學數學課程裡占重要的位置，因為他認為平面幾何提供了在中學期間的邏輯訓練以及欣賞數學美的機會。然而大學數學相關課程這些平面幾何理論幾乎派不上用場，即使這些訓練對於學生學習更進階的數學絕對有好處，但是否需要在中學期間花這麼多時間學習這項課題，大家意見就有很大的差異。另外對高中生基本計算能力的要求，大家的看法也不一致。例如，十二年國教數學課綱召集人單維彰（2019）曾在其學校個人網頁為文表達：

我個人認為分數計算的數學意義「不是」全體國民的學習目標，亦即不必堅持每個國民都理解分數的數學意義，只要能夠（搭配工具）操作及計算即可（如今很多計算機都具備分數運算的功能鍵）。

我們不贊成單教授對分數計算的看法，也相信這樣的看法很難得到多數數學或數學教育學者的認同。

不同的看法需要透過討論或會議盡可能尋得最大的共識。雖然過去課綱修訂也會召開各種會議，但如果缺乏尋求共識的包容心態，會議最後也只是流於形式，你說你的，我做我的。我們深切期待未來數學課綱的修訂，能避免這樣的情況。

三、課綱、課本、教學、大考的相互尊重

數學課綱是關乎全國學子下一階段學習應具備的數學素養，我們期許它的內容能培育足夠的數學素養（即成熟度）來學習新的知識。我們在前面提到 99 課綱與十二年國教數學課綱負面表列的種種問題，我們再次強調，目前課綱的負面表列造成各版本的教科書除了順序編排外，內容差異很小，反而違背了因材施教的基本教育原則。十二年國教數學課綱對內容的設限的做法，不符合核心素養中「自我精進」的意涵，也違背了「學習數學的正向態度以及能持續地探索與解決數學問題」的期待。因此我們期望未來課綱能夠誠實且誠懇地面對學生與學校的差異，

避免限制性的負面表列。課綱不應該限制學生進一步探索與發展的可能性，我們認為只有課綱去除負面表列才能成就真正的「一綱多本」。

課綱內容、教科書編寫與審查、教學現場、大考命題與閱卷各有其專業，也由不同的團隊負責，彼此應該互相尊重，避免由其中一群人主導或者意圖主導一切。我們期許未來的數學課綱制定，只要共同討論出核心的內容即可，採取比較開放的方式，不要對太多的細節設限，甚至下指導棋。讓撰寫教科書的作者們能發揮所長編寫出合適的數學教材。而教科書的審查也應尊重作者的看法，僅對錯誤或不夠詳盡的部分建議修改，不應該要求教科書完全按照審查者自己的想法編寫。課綱不可能取代教科書，也不應該成為彰顯個人數學理念的工具。課綱的制定應該謙卑與自我克制，尊重教科書作者與教師的專業，讓出版社找到自己的定位與客群，也讓教師有發揮的空間。這樣才能符合「一綱多本」的精神，讓高中數學學習更為多元。

四、計算機是工具不是目的

以素養為導向的十二年國教數學課綱一直非常強調工具素養，我們支持計算機作為幫助學習的工具。但計算機不是學習的目的，計算機也不是唯一的協助工具。我們期待未來的課綱能與資訊等相近領域有更密切地整合，並鼓勵在教科書中提供更多需使用計算機或其他工具的類真實的情境應用供老師參考與學生學習。當然也希望能教授學生正確的計算機使用方法以及計算機的限制。

綜觀各國的考試，在數學教育背景、考試評量方式與目標不同的情況下，可否使用計算機應試，各國的考量也不同。到目前為止，以臺灣目前大考的方式與測驗目的來說，我們看不出大考需要使用計算機的合理性與必要性，當然我們也期待大考的計算量能持續地維持在一個合理的範圍。不過我們支持並鼓勵科學與工程相關的科系在申請入學第2階段篩選時，將工具素養列為一個重要的參考指標。

五、以函數、向量空間、機率決策為主軸的螺旋式教學

在本文的最後，我們希望能更進一步描繪我們期待的課綱內容與架構。首先我們稍微介紹美國全美州長協會最佳實務中心與各州教育官員委員會（National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers, 2010）所規劃制定的各州共同核心數學標準（Common Core State Standards for Mathematics）在高中數學部分包含 6 大類別：¹（一）數與量（number and quantity）、（二）代數（algebra）、（三）函數（functions）、（四）幾何（geometry）、（五）統計與機率（statistics and probability），以及（六）數學建模（modeling）。

十二年國教數學課綱也有前 5 項相對應的主題類別，但是並沒有對應到最後一項“modeling”（數學建模）。其實“modeling”跟其他類別不同，本身並沒有特定的數學題材，而是與其他類別的整合、連結與應用，或許也可以看成培養數學素養的展現，因此我們認為課綱的設計上可以考慮納進數學建模的主題類別。

前面曾經提過，我們認同螺旋式教學的精神，但應該能避免過細的主題分割，因此我們認為應該建構以「函數」、「向量空間」、「機率決策」等基本概念為主軸的螺旋式學習方式。也就是說，螺旋式的學習應該是環繞以上的幾個核心概念，而不是個別的數學主題（如：「指對數函數」或「三角函數」）。就作者比較熟悉的「函數」與「向量空間」這兩個核心概念，我們嘗試提出以下分年的規劃：

（一）大學的微積分課程主要是建立在「函數」的概念之上。如果沒有理解函數的概念，整個微積分課程可能只剩下缺乏意義的微分與積分的計算。因此，我們認為應該提早介紹函數的基本概念：

¹ 美國高中學制為 9 年級到 12 年級，共 4 個學年。

1. 函數基本概念、一次二次函數、多項式函數、指數函數、三角函數（直角三角形）。
2. 三角函數（廣義角）、有理函數、對數函數、合成函數、反函數。
3. 微積分、數學建模（更多實際的函數建構）。

雖然函數概念對部分學生來說可能有些抽象，但是逃避或延後，不見得是正確面對困難的態度，而是應該透過更多的解釋與實例說明，克服學習上的困難。對比於十二年國教數學課綱與美國的 CCSSM，我們會發現後者在函數方面學習的內容比十二年國教數學課綱多更多。從這邊也可以看出 CCSSM 對函數概念的重視。對我們來說，「多項式函數」、「指數函數」、「三角函數」等不應該視為沒有關聯的數學題材，反而應該看成「函數」這個核心概念不同面向的呈現。

（二）「向量空間」（或者說坐標系統）是線性代數的基礎概念，而在目前網際網路與人工智慧的時代，線性代數扮演著愈來愈重要的角色。我們期待課綱在這部分的規劃如下：

1. 數線、平面坐標、直線、函數圖形、不等式、圓。
2. 聯立方程組、矩陣、聯立不等式、平面向量、空間向量、空間中的直線與平面、球。
3. 複數系、數學建模（更多的實例，更多的探索）。

從一維、二維到三維的維度增加，讓學生逐漸理解熟習向量空間的概念。跟函數部分的想法一樣，在 12 年級除了介紹複數系之外，並沒有增加新的數學內容，但是藉由數學建模來整合、連結過去所學習過的數學主題。

我們知道因為入學制度的關係，現在 12 年級（特別是下學期）教學的完整性常常很難達成，我們希望未來課綱的設計能夠考慮到這樣的困難，也期望以上的想法能將一些入學制度對 12 年級教學不利的影響降到最低。

參考文獻

十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——數學領域（草案）（2016）。

[*Curriculum guidelines of 12-year basic education: Mathematics domain for elementary, junior high school and upper secondary school education (draft)*. (2016).]

十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——數學領域（2018）。

[*Curriculum guidelines of 12-year basic education: Mathematics domain for elementary, junior high school and upper secondary school education*. (2018).]

吳昭容、鄭鈴華、陳柏熹、許志農（2014）。數學素養調查的實施現況與國際借鏡。教育人力與專業發展，31（6），5-20。

[Wu, C.-J., Cheng, C.-H., Chen, B.-H., & Hsu, C.-N. (2014). Current implementation and international comparison of mathematical literacy surveys. *Journal of Educational Human Resources and Professional Development*, 31(6), 5-20.]

李國偉、黃文璋、楊德清、劉柏宏（2013）。教育部提升國民素養實施方案——數學素養研究計畫結案報告。教育部。

[Lee, K.-W., Huang, W.-C., Yang, T.-C., & Liu, B.-H. (2013). *Final report on the Ministry of Education's program for enhancing citizens' literacy: Mathematics literacy research project*. Ministry of Education.]

國家教育研究院（主編）（2024）。十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——數學領域課程手冊（2024年3月更新版）。

[National Academy for Educational Research. (Ed.). (2024). *Curriculum guidelines of 12-year basic education: Mathematics domain curriculum manual for elementary, junior high school and upper secondary school education* (March 2024 Rev. ed.).]

張鎮華（2024，1月15日）。關於108數學課程綱要及教科書之我見（00緣起）。高中數學學科中心電子報，191。https://ghresource.k12ea.gov.tw/uploads/1706058374813J0aVAg0J.pdf

[Chang, C.-H. (2024, January 15). Thoughts on the 2019 mathematics curriculum guidelines and textbooks (part 0: The beginning). *High School Mathematics Subject Center E-Newsletter*, 191. https://ghresource.k12ea.gov.tw/uploads/1706058374813J0aVAg0J.pdf]

單維彰（2019，6月10日）。數學教育不為訓練計算能力。https://shann.idv.tw/edu/190610.html

[Shan, W.-C. (2019, June 10). *Mathematics education is not for training computational ability*. https://shann.idv.tw/edu/190610.html]

- Kosko, K. W., & Wilkins, J. L. M. (2011). Communicating quantitative literacy: An examination of open-ended assessment items in TIMSS, NALS, IALS, and PISA. *Numeracy*, 4(2), Article 3. <https://doi.org/10.5038/1936-4660.4.2.3>
- National Governors Association Center for Best Practices, & Council of Chief State School Officers. (2010). *Common core state standards for mathematics*. https://corestandards.org/wp-content/uploads/2023/09/Math_Standards1.pdf
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2018, November). *PISA 2022 mathematics framework (draft)*. <https://pisa2022-maths.oecd.org/ca/index.html>
- Steen, L. A. (1990). Numeracy. *Literacy in America*, 119(2), 211-231.

