

## 論壇

# 臺灣數學課程綱要的定位與發展

時 間 2025 年 6 月 13 日（星期五）上午 10 時  
地 點 國家教育研究院（臺北院區）607 會議室  
主持人 許慧玉 國立清華大學數理教育研究所教授  
王立心 國家教育研究院教科書研究中心主任  
與談人 李華介 國立臺灣師範大學數學系特聘教授  
林碧珍 國立清華大學數理教育研究所榮譽教授  
林福來 國立臺灣師範大學數學系名譽教授  
潘戎衍 國立清華大學數學系特聘教授

## 前言

許慧玉：《十二年國民基本教育課程綱要》（以下簡稱《十二年國教課綱》）自 108 學年度落地實施以來，至今已 6 個年頭。就數學領域而言，數學素養從理念到課綱、教科書及教學，已有完整的實踐經驗。此期間，社會與科技的變革亦一日千里，比如突飛猛進的生成式人工智慧技術，正在改變慣常的學校生態與學習模式。因此，除了回顧現行課綱數學素養共識形成及轉化歷程，也須觀察與思辯課綱實施的成效與得失，同時，前瞻臺灣下一世代人才培育需求，以形塑下一波數學課綱的樣貌。基於以上的問題意識與關心，特辦理「臺灣數學課程綱要的定位與發展」論壇，邀請學者專家共同討論與對話，期盼發現問題、尋求對策，並回應國際趨勢，以提供數學課綱在設計與實施上的具體策略建議，為下一波數學課綱研發提前整備。

## AI 時代下臺灣的數學課程發展

林碧珍：未來 AI 就像我們生活中的用電一樣，非常普遍，所以今天要討論的主題是定位在 AI 時代下臺灣數學課程的發展。

AI 時代需要的人才，可能要從 T 型變成  $\pi$  型，T 型是著重在單一領域的專業， $\pi$  型是要有雙領域專長，這是未來的趨勢，會涉及專才和通才的培養。專才培養提供的課程是結構式的，通才培養是非結構式的學習。目前在大學的高等教育，很多大學部都已經在培養雙專長，或者是跨領域的專長。如國立清華大學的竹師教育學院學士班，在 2018 年已經開始實施  $\pi$  型人才的培育，教學目標是培育未來社會自主學習，具有批判性及團隊合作的人才。如果高等教育是要培育  $\pi$  型人才，那麼小學教育否需要開始為高等教育建立基礎？若是，要怎麼做？因為我們本身都是數學背景，如果要把某些數學內容刪除不學，或是把它解構，可能反抗聲音會很大。我用學習烹煮的例子來譬喻思考，未來在 AI 時代下的數學課本內容，深度或廣度會是如何。

在 1970 年代，媽媽都告訴女兒，小時候就要開始學做菜，以後才能嫁人，所以小時候被要求進廚房觀察媽媽怎麼做菜，當媽媽的小幫手，幫忙拿盆子或碗盤等。接下來，就是要親自下廚。到了我女兒小時候的 1990 年代，當我煮飯的時候，她不進廚房來觀摩，我也沒要求她，當時我很擔心她結婚後能下廚做菜嗎？我很訝異的是去年感恩節我到美國她家時，她卻能做出一桌色香味俱全的好菜。她先上網找 YouTube 料理的方法，她的備料時間約是 5、6 個小時，她在小白板上記錄著菜單，哪些食物需要烘烤？火雞、龍蝦要烤多少度？幾分鐘？然後再安排烘烤食物的順序。現今社會中，她利用 YouTube 學烹煮的 SOP，烹煮的原料、順序、時間控制，她小時候雖然沒有跟著我進廚房學做菜，卻能烹煮出色香味俱全且營養價值很高的一桌菜，因為她可以現學現用。

現代烹煮的學習，不只是學習烹調的技巧，且需具備其他能力。諸如，要會使用 YouTube，要有資訊素養，要去探究、分析、事前規劃、

組織整理資料，解決問題。還要考量經費預算、營養價值、美感及家庭需求，要考慮小孩需要的營養價值、喜歡吃什麼，以及美感與色香味。從傳統學習烹飪，到現代學習烹飪，是爲了說明不要用 20 年以前學習的知識讓孩子適應 20 年以後的社會。同樣的，爲了順應 AI 社會，臺灣未來的數學課程是否也需要和烹煮學習一樣，需要改變思維重新盤點數學課程內容呢？

從臺灣數學教育課程發展的趨勢來看，現在重視數學素養的培養，比較關注在社會文化脈絡的數學問題解決，主要核心是情意面的全人學習，對象也已由精英轉向全民。全民是指提供均等的教育機會，重視個別的差異，就是齊頭式的平等，提供資源讓每一個人都獲得公平的機會來發展他的數學，這是十二年國教課綱的數學課程目標。

在 AI 時代之下，臺灣的數學課程的發展會是如何？重視數學素養的培養是國際的趨勢，AI 素養的培養，是要融入課程？還是怎麼做？「全民」在過去雖然是目標，可是要全民的數學都提升上來是有難度的，因爲一個班級那麼多人，教室中的全民大概只能照顧到中上。在 AI 時代，有 AI 學習平臺，它具有個別化或個性化的功能，是可以做到拔尖，又扶弱；所以在 AI 時代的數學課程目標，或許可以達成全民數學的課程目標。AI 時代下全人學習的情意面向，可能還需要同理心，也要考慮到同伴及他人的需求是什麼。此外 AI 也須關注倫理的議題，AI 本身是有偏見的，也涉及到隱私權的部分，這些可能都是未來在我們數學課程或是數學教學需要關注的議題。

有關國小數學課程的發展，1968 年九年國民義務教育開始實施，2014 年時頒布了十二年國民基本教育，是兩個主要分水嶺。九年國民義務教育經歷多次的數學課程改革、頒布及修訂，在 1975 年早期是數學知識導向，是透過教具來幫助孩子學習數學；到了 1993 年，重視以學生爲本位的心理結構學習；在 1990 年代開始數學課綱是以能力指標呈現，不僅是著重數學知識，更培養帶得走的能力。到了當代《十二年國教課綱》強調的是數學素養，而在 AI 時代下的數學素養，我們還要加

什麼？除了融入 AI 之外，更需要的是孩子提問題的能力，因為使用 AI 如 ChatGPT，要能夠下對指令，才能得到想要的答案。所以，在國小階段的數學課程目標，除了當代課程已重視的數學思考能力之外，還需要發展提問問題的能力。

近半世紀的數學課程改革，受到社會環境教育改革的需求跟學習觀點的轉移，在過去是以單一特定的主題到多元，包括學習表現、學習策略和學習觀點，或是情境解題歷程；AI 的時代，數學素養可以客製化，以孩子為中心，讓孩子盡量表達他的情緒跟心情。未來 AI 時代，每一個人都有一個可用的 AI 家教。

小學不需要過度強調 AI 技術的學習，而是要學習如何應用，如何融入數學課程，這個議題可以在第二輪的時候我再來補充。我在此提出四個有關 AI 時代下臺灣數學課程的定位與發展做為第一輪的討論議題。第一是  $\pi$  型人才的培育，需要從小學階段開始培養嗎？AI 時代下的下一波數學課程如何解構或重構？第二是在 AI 時代的數學課程目標，是極有可能發展全民的數學教育。我們要如何善用 AI，除了扶弱，如何做好拔尖。第三是《十二年國教課綱》的五觀六標，我們有五個觀點、六個目標，還可強化的目標是什麼？AI 素養如何巧妙地融入到數學課程？第四是 AI 時代，需要重新去詮釋學習、教學、評量的意義，需要重新調整教師的角色，教師之前都花許多時間在備課，批改作業、行政事務，未來這些繁雜的事務 AI 可以取代，教師可以將更多的時間放在孩子的學習或心理輔導上，真正達到以孩子為中心。

## 課綱定位是執行問題，不是目標問題

林福來：我想今天要談的是數學領域課綱的定位。一直以來，臺灣都是把課綱視為全民教育的主要依據，這個基本定位一直都在，但重點在於怎麼做。我自己參與過三代課綱的發展，雖然都是部分參與，未必非常深刻。1970 年代那一代的課綱，我參與的是高中課綱，也曾當過一年

召集人。當時的組織方式比較特別，是國立臺灣師範大學、國立清華大學、國立臺灣大學數學系一群有興趣編寫教材的教授及資深高中教師組成，大家輪流當召集人。我進去第二年就被推為召集人。這個角色其實改變了我的整個學術生涯，因為召集人需要討論哪些數學單元該增、該刪、該簡化，而這些討論都在「電腦剛開始使用」的背景下進行，某種程度上就像今天我們面對 AI 的情境。

那個時候，我在美國兼任講師時曾開過一門叫「有限數學」的課，是為因應電腦才發展出來的，後來就演變為「離散數學」。有限數學的一些單元，我提出來看能不能納入高中課綱。結果後來真的有一些內容被接受，如轉移矩陣（stochastic matrix），到現在還留在高中課程裡。統計也是那個時候被強調、引進的重要內容。不過在這個過程裡，我深刻感覺到，我們做的決定會影響全民，所以背後需要有更強的理論架構，才能判斷方向對不對。因此我後來申請到國外去念數學教育，這個轉折，就是從參與課綱實務中體會到必須要有教育理論的支撐。

當時的工作主要在於單元的選擇與調整。例如，圓錐曲線就是一個很有爭議的例子。高中教師非常喜歡它完整而漂亮的系統，不願意刪減，但課綱討論卻認為應該簡化。那個時代還有人提出「統整數學」的想法，比如黃武雄基於編寫實驗教材的經驗，我去拜訪他，向他請益時，他建議高中數學應該留空間從高觀點來統整高中所學，因而有選修的「數學統合」課的設計。當時我負責撰寫「函數」的部分，試著用函數的圖形表徵觀點，把基本函數的知識串起來，展現統整的思路。在教材編寫後，我們也做了教學實驗。因為高中聯考壓力，不可能在普通高中推廣，所以就找了陸軍士官學校來進行。雖然這只是一種有限的測試，但至少能讓我們知道這些教材對學生來說是否可行。當時的教育思潮也受到國際影響。那個年代，算盤被認為對思考幫助不大，所以小學階段就被丟掉了。另一方面，皮亞傑的教育理論透過板橋教師研習會引進臺灣，美國學者 Robert G. Underhill 常來臺指導，帶來教具和實驗的理念。結果教育經費大量投入教具，但教師不習慣用、不知何時用，只能繼續

用傳統講述方式教學，造成落差。這也引發後來小學數學的建構主義取向，因缺乏普遍性的研習，跟一線教師溝通就推廣，而被臺灣教育界的批判，但高中和國中端沒有被建構思潮影響。

到了九年一貫時期，氛圍則是在「教改」的大背景下進行。當時李遠哲主持的教改諮詢委員會提出「鬆綁與彈性」，課綱設計也延續了這種精神。數學領域大致是由曹亮吉主導，他用簡單的數學結構來規劃：學生要理解數學物件、物件之間的關係，並能推導出性質。然後再依此分段布置內容，形成九年一貫課綱。這些內容設計後來基本上也做為《十二年國教課綱》的底稿，並進行修訂。九年一貫時期有一個重要特色，是把數學與認知學習更緊密結合。這在 1970 年代雖然有想法，但沒有真正落實；到了九年一貫，因為有更多數學教育研究者的專業參與，才逐步實踐出來。

至於《十二年國教課綱》，最明顯的特色就是走向「素養教育」。臺灣在這方面相對幸運，因為早在 1990 年代，數學教育界就和荷蘭建立了雙邊合作關係，吸收了「現實數學教育」的理念：從真實問題發展概念，瞭解之後再應用來解決真實情境問題。這和後來由荷蘭主導的 PISA 思潮一脈相承。PISA 在 2000 年開始施測，也進一步推動了臺灣的素養取向。另外，工具的定位在不同時期也有變化。1970 年代拋棄了算盤；九年一貫記憶中，不特別強調工具使用。到了十二年國教則特別強調計算機等工具的引進。然而，臺灣教育的另一個現實就是「考試與學習的連結」。考試不考不用的東西很難推動，計算工具進入教室現場就碰到此狀況，推動課綱時必須面對的考試導向的現實。

最後，我要強調兩點。第一，課綱如果是面向全民，就必須重視「宣導」。很多理念如果教師沒聽懂、沒吸收，就會斷裂，比如「建構式學習」，真正懂的教師可能不到千分之一，結果就走樣了。第二，課綱發展必須有「評鑑」，而且需要證據，而不是僅憑直覺。因為這是影響全民的教育政策，做決策需要更紮實的依據。



## 《十二年國教課綱》的一些問題

潘戎衍：剛剛兩位教授提到的是比較廣泛的數學教育觀點，我接下來想聚焦在比較實際的：關於高中數學課綱的部分。雖然我們的目標是希望瞭解臺灣數學課綱未來的定位與發展，但我想還是得先從目前《十二年國教課綱》的現況談起。《十二年國教課綱》如果稍微看一下，一開始讓人納悶的是：當初制定時的人員組成非常少。特別是大學端的教師，已知的課綱總召是張鎮華教授，高中課綱召集人是單維彰教授，另外還有劉柏宏教授。實際上，大學教師的委員只有這三位。我也知道當初統計的部分曾向黃文璋教授徵詢，但他似乎不是正式委員。就背景來看，張鎮華教授是作業研究出身、離散數學專長；單維彰教授是應用數學；劉柏宏教授是數學教育。也就是說，整個高中課綱團隊裡缺少純理論數學的專長。因此，一開始在一些核心理念上就稍偏向實務應用、或強調把東西「算出來」的取向，對理論面的重視相對不足。我認為未來應該納入更多人、更多不同背景的專家參與。雖然大家都學過高中數學，似乎誰都能談，但事實上，訂課綱需要的遠比「會數學內容」更多。結果就是，《十二年國教課綱》在主要內容的陳述上，出現了某些數學用詞與概念上的錯誤，這其實是不太理想的。

再來談銜接，高中課綱理論上要承接國中、銜接大學，應該要有更好的「垂直整合」。我和國中課綱委員聊過，他們也承認因為時間等因素，垂直整合做得不夠理想。原本期待能做一張統整表：哪些概念國中應學到、哪些放到高中。但這張表最後沒有完成，導致有些概念高中以為國中教了、國中又以為高中會教，結果兩邊都沒教到，這部分未來應該避免，和大學端的整合也有問題。回顧傳統更早以前：高一大家學一樣，高二、高三分自然／社會。到了 99 課綱，高一、高二學一樣，高三才分數甲、數乙。《十二年國教課綱》則是高一學一樣，高二分數 A、B，高三再分數甲、乙。重點是，《十二年國教課綱》的分流設計和傳統「自然／社會」不同：它的精神是「數 B 給未來用到較少數學的科系」，

所以高二修數 B 的學生，高三理論上可以不必再修數學，改修較素養或欣賞性的課程；而修數 A 的學生，到了高三再分數甲與數乙，數甲對應主要理工，數乙對應中度數學需求（如：社會科學、管理、經濟等），這是原先的理想設計。但現實上，學生會轉組。有人高二修數 B，高三卻想修數乙。於是《十二年國教課綱》遷就現實，軌道變得混亂。特別是今年開始考數乙，高二部分到底考什麼曾有爭議，有人主張考數 B、有人主張考數 A，也有人主張考 A / B 的交集。最後彼此妥協，但事情就變得相當複雜。我們要記得，修數 A 的學生不論最後選數乙或數甲，大學之後多半要修微積分，且很大比例會修機率／統計，甚至一些線性代數。也就是說，高中課綱對數 A 的學生，是否能提供足夠的知識與能力，讓他們銜接下一階段，這點非常關鍵。我同意林碧珍教授所說：高中數學教育從菁英走向全民，這是對的。但「全民」不是一塊整體，而是廣泛的分布。有些人高中畢業後就不再需要新的數學；有些人會繼續念大學，需要更多數學。好的課綱要能照顧不同面向：不需要太多數學的，學到剛好足夠；需要更多數學的，也要培養足夠能力去應付下一階段，這正是目前課綱不容易之處。

另外，《十二年國教課綱》有個延續自 99 課綱的問題：為避免學生學到「太難」的東西，課綱不只規定「該教什麼」，還多了「哪些不能教」。這點爭議很大。我們可以同意全國用同一套課綱，但不同高中應該能選深淺程度不同的課本。課綱是骨架，課本是在骨架上加實質內容。現在雖然有多個版本的課本，但因為「地板限制」加上「天花板限制」，不同版本差異其實不大，和「一綱多本」的理念不太相符。理想上，不同出版社面向不同客群；高中程度落差很大，學校應能挑適合的版本：有的可寫深一點、難一點；有的可寫淺一些。必學內容當然要列清楚，但「可多學」的部分，應交由出版社與學校判斷。我也贊同高二區分數 A、數 B，但認為目前數 B 與數 A 的差距還可以再拉大。我們不該過度遷就少數可能轉組的學生；轉組者不足的知識，可以靠自學或補救教學補上。這樣升學管道更清楚：數 B 可以更素養化、內容稍少，但和生活連結更強；數 A 則要兼顧未來在大學學習的需求。



最後談計算機，《十二年國教課綱》非常重視計算機的使用。但相對電腦，計算機先天限制多，輸入輸出多以小數呈現。我的觀察是：在「計算機難以處理」之處，《十二年國教課綱》相對弱化了，如分數計算、不等式推演。就我在大學的教學經驗，學生在這兩類能力上是明顯變弱的。不是要把內容愈塞愈多，而是這些重要的內容不應僅因「計算機考量」而被弱化。這點是我覺得比較遺憾、也希望未來能改善的地方。

## 課綱應注意與大學進階課程的銜接， 以及新世代人才培育

李華介：我要談三件事，跟大家討論的議題，但我想可能談不了那麼多。先講一下我提綱上提到：最近在《遠見》雜誌（彭杏珠，2025）看到課綱及大學考招、高教經費等問題，我不知道在座教授有沒有看到或知道這個訊息。因為林碧珍教授剛才談到要實證、「弱化」這個事情。我要說的是，常常聽到「一代不如一代」這種說法，我也常聽到。有時候是因為看到一些表現不好的學生，就覺得愈來愈差，可是很可能並沒有「愈來愈差」這件事發生。但是《遠見》談的是臺大，我看到是微積分平均分數的下降之類的。再加上我這幾年在考大中心幫忙閱卷，我們能夠親自體會到，是真的有「愈來愈怎麼樣」的情況。我舉一個例子，我們以前改一份卷子，某題配分可能 0、2、4、6 分（6 分最好），可以預期 0 分是最多，但大家可能不知道「第二多」是 6 分。數學很奇怪，東西再怎麼簡單，總有一群人就是不會；但難的問題調降一點，就有另一群不錯的學生會往上衝、可以掌握了。如 2020 年學測就有這個現象，題目我們覺得很好，每題的答對率分布也都不錯，可是有一群在學校已經不錯的學生，整體就拉上去，數學科的滿級分比國文科還多，好像有好幾萬人，是從來沒有的現象。可是在《十二年國教課綱》以後，我們看到的是 2 分變最多，6 分甚至可能最少，空白卷可能一樣多。我們覺得確實是下滑的甚至是前段的學生，這個趨勢真的感受得到。再舉一個

例子，在閱卷時，出現一些以前沒體驗過的作答情況（我不是講單一個案，是普遍看見）。以前看到矩陣乘法擺錯很常見，但現在會看到你從來沒想過的，比如2022年有一題問「角度幾度」，結果很多學生寫「0」。他們不是寫0度，是寫「 $\cos 90^\circ = 0$ 」。也就是說，我們問「幾度」，他其實知道「幾度」，可在他的觀念裡，這些數學符號全搞混了。同樣地，叫他寫極座標，理應寫一個長度再寫一個 $\theta$ ；他們寫一個長度，然後寫出它的餘弦值。我認為在受訓時，教師在教內積可能會說「你知道餘弦值就可以知道角度」之類的，他們就把它混淆了。問角度，很多人回答餘弦值（不是全部，但很多）。今年更奇怪。後來有人解釋，可能因為國中開始接受《十二年國教課綱》，前三年國中端還是舊綱。我們發現一題：你知道點在哪裡就可以做什麼事，(1,1)這個點，有人把它點在別的象限。他知道要點(1,1)，但不知道位置在哪裡。有的把水平線劃成斜的，明明白白自己寫「這條線跟x軸平行」，方程式卻寫成 $x=1$ 。這些在幾何位置上的認知問題，以前幾乎沒看過。當然我們是從作答看出來的，因為題目沒直接問，但他們在處理過程中的錯誤呈現了這些現象。

我和潘教授也看了課綱，剛才提到一些負面的地方。關於我剛講的現象，我們當然要想為什麼會發生。課綱字面上來看，那些內容表面上看起來都OK，高中生應該知道、銜接大學也OK。但仔細看，它都「停在一個點」。例如絕對值不等式，只寫 $|x-a| < \dots$ 就停了，不用講 $|ax-b| \leq \dots$ 。只是差一個很小的係數調整，他們也不希望大家談下去。又比如二元一次聯立方程組，就不准談「沒有解」的情況。定位上，大家覺得課綱是「全民的數學要到那個地方」，但是寫課綱的用意卻是「不要談太深入，懂那個點就好」。這樣造成的問題，是沒有考慮到「大學銜接」。至於為什麼要考試？因為要上大學，當然需要銜接。但如果只為了讓一些人不覺得數學太難而在那個點停住，銜接上的問題就出現了。現在大學端有幾個很具體的情況出來了。以前大家只是在談「程度下降」；現在是具體「我在教線性代數，要做特徵多項式、找特徵值，

學生『不會分解』，甚至二次也不會」。爲什麼？因爲高中要求分解只要是0、1、-1就好，解有分數就掌握不了。你說「不是學過公式解嗎？」他們以爲那只是判斷「有解／沒解」而已。三次就更不用說了。還有，講微積分或線代，總是要談聯立方程組，有些同學很訝異爲什麼會有「無解」，因爲數B的學生只學到那裡。理由也很奇怪：說「因爲沒有教克拉瑪，所以不用談無解」。課綱寫這句話，我很疑惑：克拉瑪也不一定能判斷有無解啊。其實很多可以用幾何解釋，平行線就無解。這在我們看來很簡單，但小組可能覺得又扯到幾何太困難，就停在「會解出來就好」，覺得「生活上的問題也不會有無解」。可是上大學，未必只碰生活問題。所以我後來有點瞭解（今天看林碧珍教授寫的也更證實），大家可能是想幫助「能力還不足的人」，希望課綱照顧這群人。可是一旦「負面表列」下來，就像我剛才說的，東西簡單一點，很多人都「會了」。但「會了」的定義，真的要釐清。

我這次是幫大考中心（因數學學科中心希望大考中心讓高中教師知道命題要注意什麼），看了幾位高中教師的題目——不知是否刻意——標題寫「學測數學」，仍有計算機題。看到一題log函數，問值是多少。這題若不用計算機，其實很好。兩個點是很明顯的對數值，目標點用log的遞增性就能判別選項對錯，但用計算機，學生按一下就好了。我就問教師：「這題爲什麼要計算機？」教師回答：「他們用計算機就會這題。」我很訝異，因爲用計算機只是輸入數字看到答案，學生真的就「會」log的遞增性嗎？會不會其實只是「猜到」答案？我就不知道他「會」這題。所以我覺得高中教師端（也如林福來教授所說），在訓練上，對「學生會不會」的判準，應該要商榷。這也連到我後面本來要講的「考試與數學學習」的問題。我們現在比較多是口號式的，比如說強調「數學素養」。我覺得用「重視」較好，不要講「強調」，而且「重視」不是全部。可是現在教師關心的是「素養題」，擔心今年出的素養題都不會。這有點走偏。我的理解裡，素養比較像「成熟度」，你成熟度夠，自然能操作工具。我從來沒有去學怎麼按計算機，但我知道它背

後的數學是什麼很容易就會了。很多數學軟體我們也不會去補習班學，而是因為成熟度夠，就能自己掌握。

林福來教授提到《十二年國教課綱》談計算機，我和潘教授看了，其實在 95 暫綱就談到計算機了，99 課綱也有，而且還不錯。談函數時強調用「程式」去理解函數圖形，我覺得比《十二年國教課綱》更好。

《十二年國教課綱》強調「按幾個點把圖畫出來」，這不可能，尤其極限，你不可能靠幾個點看出趨勢，極限值也不一定是整數。《十二年國教課綱》確實有較多「計算機」的條目，但主要是把以前課綱的「螺旋式教學」拆成更多條目，差別在教師有沒有跟著課綱在教學上落實。說實話，我看過幾位高中教師的教學情況，現在他們反而不太用計算機了。除了潘教授提到的小數問題之外，輸入也很複雜（我們一直強調，用計算機要把整個式子一次輸入，不然一段一段算，誤差會比較大，學生好像有這個概念）。但輸入複雜（除、加、減交錯），反而在網路上很多程式「看什麼就輸入什麼」，平方、加減都沒問題。

所以我要說的是，計算機可能會像算盤一樣。是不是還要「跟著別人」？其實我覺得我們不是要跟，而是要走在前面。很多國家可能真的如林碧珍教授說的，現在重點是 AI、AI 幫助教學。那到底要不要這麼強調計算機，它的必要性好像沒有那麼高。可能 5 年以後，計算機真的像算盤一樣。

## AI 時代下的數學課綱藍圖

許慧玉：其實從數學教育的觀點來看，剛剛幾位教授提出了許多值得深思的觀點。比如，林碧珍教授提到 AI；林福來教授提醒，在 3 次數學課程改革的脈絡下，有一些重要的面向需要持續關注；潘成衍教授則是從大學端的角度指出，目前《十二年國教課綱》在高中階段可能面臨的隱憂與挑戰；李華介教授也從大考中心的評量觀點，以及從大學數學往下延伸的視角，談到現行課程在素養與能力培養上仍有不足之處。

我想大家應該都同意，雖然現行課綱中提到的核心概念是「計算機」，但若從未來世代的需求來看，計算機可能只是其中一個小小的部分。那麼，數學課綱中對人工智慧與科技的定位究竟是什麼？相關的數位工具應該如何被運用？教師是否具備運用這些工具的能力？這些問題其實都可以作為很好的切入點，也正是這次論壇希望能夠蒐集意見並加以回應的核心議題。

接下來我們需要思考的是，下一代的數學課綱，是否仍要將焦點放在「計算機」上？或是應該更前瞻地，從人才培育的角度出發，來定位屬於AI世代的數學課綱？進一步地說，我們不僅要把AI視為一項工具，更要思考，在AI世代，我們要培養的是能夠與AI共處、互動、甚至競爭的國家人才。那麼，十二年國民基礎教育中所學的數學，是否能成為學生銜接大學專業素養的重要基礎？是否能幫助他們未來在各專業領域中運用以數學為核心的跨領域知識？這些，都是我們當前急需要討論與思考的方向。

## AI 時代下數學課程發展需要關注的議題

林碧珍：我們在未來的這一波的課程改革，目前是繼續沿用，《十二年國教課綱》都朝向世界潮流趨勢，如正確使用工具的素養。在國中、高中比較強調計算機，可是對於在小學，雖然可以在教室使用計算機，可是教師們都還是強調讓學生瞭解計算過程的意義。所以，未來的課程可能不是只有使用計算機，而且要使用AI，比如說剛剛教授們提到有比較難的一些數學的內容，如數學課程A或B，對於有一些學生學不來，未來在AI、網路都可以找到學習的資源。學習資源不一定是影片形式，也可以是和AI對話。我看過一支影片，是在介紹一個國中生如何透過AI協助學習畢氏定理的直角三角形，國中生就跟AI實際對話，就如同家教一樣。所以剛剛談到有些比較難的課程內容，如果在AI時代，學生可以依據自己的程度，去找適合的學習資源。《十二年國教課綱》的

六標，在過去 6 年中，國民教育中央輔導團或是現場教師其實都著墨很多，提供適性學習的機會在 AI 時代一定會很普遍。過去教育部提倡在家自學，在 AI 時代確實能做到。只是我們關注的是與人互動的情意和合作學習，又是 AI 時代下另外需要關注的議題。未來 AI 時代，學生要能主動去解決問題，那就要對這個世界存有好奇心，基於此，在未來的數學課裡面，如何培養孩子的好奇心，就是一個重要的課題。

我前面談的未來學生需要培養提問問題的能力，如果對周遭的世界抱持好奇心，又或教師提供主題式或以計畫為本（project-based）的學習內容，比較能提供機會讓學生提問問題，有疑問時學生就會主動去找答案，在數學課養成習慣，學生在使用 AI 時候，就比較會下正確的指令。有關數學內容，高中數學或是國中，即使是小學，有一些內容是可以刪減，有些比如說 3 年級處理三位數除以除數是一位數、4 年級處理除數是兩位數或三位數，過去非 AI 時代，雖然我主張需要瞭解算式背後的意義，而且從解題過程中培養學生的數學溝通和推理等思考能力。可是當 AI 時代來臨時，學生知道算則位值的意義以後，還需要切得這麼細，需要分散在兩年的時間來學習多位數的除法算則嗎？我們是否可以考慮刪除一些繁瑣類似的數學內容？不管是在小學、中學或是高中階段，孩子學習的廣度愈廣或是深度愈深，當然是愈好，可是在有限的教學時間之內，我們是不是可以盤點一下，哪些內容是我們可以刪除，讓 AI 來協助。

## 課綱的學習工具

林福來：AI 今天是主角，也會是未來課程裡真正的主角。在這裡，我想接著談一下。最近 10 幾年，我主要的著力點都在國中這一塊，陪著教師們一起學習、成長。現在有一個很簡單的觀點：數學學習，不管是從教師的角度還是學生的角度來看，第一步一定是「瞭解」。瞭解的過程有很多層次，很多人認為「瞭解」就是計算。很多學習也確實依賴計



算進行瞭解，但我們不能只停留在計算，一定要把「計算」引導到「推理」，再進一步進入「思考技能」，才能發展素養。這大概就是我們現在感覺，小學到高中的數學學習，要帶給學生的整體學習發展歷程。而素養教育要面對的，基本上就是各種不同情境下的問題。所以一個基本的學習方式，就是 PBL (problem-based learning)。當 PBL 遇上 AI，就變成「PBL × AI」——也就是人機協力解決問題。這可能會是未來最基本的學習方式，可以從小學很早開始推動。在人機協力的過程裡，「提問」很重要。你要先會提問，才有辦法得到 AI 的幫助。你要知道該餵什麼資料，再問什麼問題，才可能得到好的回應。換句話說，AI 是一個有點智慧、能陪伴我們學習的工具，可以是伴學的助教，不再像過去的工具那樣只是被動使用。這確實值得我們重視。

剛才潘教授談到，如果過度強調計算機，它確實在分數計算、不等式推理上會有問題。但計算機也可以用來發展概念。比如我們拍過一些教學影片，當學生摸索瞭解計算機上根號鍵的運算意義後，國中生主動用計算機在根號運算下被其接受的數字（即非負的數），發現「不管輸入什麼，連續按根號鍵，最後都會趨近於 1」，學生馬上就察覺了一個相關的規律。這其實展現了計算機在「概念發展、規律發現」上的功能，而不是只用來做技術性的計算而已。這一點功能，可能需要更多的凸顯研發相關學習活動。當然，我也同意李教授剛才的觀察，他在改考卷時能直接感受到學生程度的變化，甚至從錯誤的類型就能看出一般學生的學習問題。這是很重要的質性經驗。但我想，我們還是要更寬廣來看學生的學習表現，教育政策不能只看單一面向，就下決定。

以我個人來說，《十二年國教課綱》的高中課綱部分我沒有直接參與當規劃者，只是擔任外部的發展或諮詢委員，提供一些建議。比如說，我當時建議，國中的幾何內容，可以根據證明推理的發展路徑，國一學直觀的幾何，國二可以進到計算推理幾何，國三再進入演繹證明的幾何，這樣可以有清楚的進階層次。計算證明通常比演繹證明簡單、具象、容易學習，如此規劃讓學生學習會比較順利。

## 素養教育思潮的數學定位

假設我們未來要推 AI 課綱，就要想清楚整個進階路徑。我聽說韓國只花了 2 年，就已經出版並推廣 AI 數學教科書，這很厲害。臺灣現在也有一些獨立教案在做，但如果真的要全面推動，就必須設計人機協力的學習模式：學生要會提問、會餵資料、會批判思考，最後才能得到有意義的回應。AI 的進步很快。原先 AI 解錯的問題，過一陣子再試，可能就會、就正確了。這就顯示改變的速度非常快，我們也要會跟上。因此，課綱的定位就變得更重要。數學在教育裡的地位是什麼？我們很幸運，數學一向是主考科目，但假如有一天不再是主考科，那它的定位又是什麼？在國民教育階段，我們到底要讓數學帶給學生什麼？我們現在把它統稱為「素養」。素養之下，經濟合作暨發展組織（Organisation for Economic Co-operation and Development, OECD）提出「思考技能」的結構，教育上就要進一步設計教學與學習方式，讓這些技能能夠落實。這不只是數學，其他領域也可以發展相同的思考技能。現在社會科學領域也在往這個方向推動，我最近就要去審查他們的計畫。所以數學課綱不只是數學本身的事情，它也關係到一個人在國民教育階段、在終身學習上的基礎。素養是總稱，底下可以具體落實為「思考技能」。數學既能支持自身發展，也能提供跨領域的發展機會。從這個高度再來討論，要刪什麼、要加什麼才會比較合理。當然，這是一個龐大而繁重的工程，要改變教師的教學習慣很不容易，所以必須要有足夠強的說服過程。

## 以函數、坐標空間、機率決策為軸心的螺旋式教學

潘戎衍：傳統上來講，教育學者會覺得，數學學者在談課綱的時候總是希望放很多東西進來，學生學得愈多愈好，但是其實也未必是這樣子。其實雖然我個人覺得《十二年國教課綱》有些東西應該談，或是做一些限制，但也不代表《十二年國教課綱》裡面的東西都一定需要。其實裡

面有一些內容，不見得需要放。有一個很明顯的例子，就是插值多項式。這個其實從 99 課綱就開始有了，當時由臺大數學系陳宜良教授主導。我印象中，他要把插值多項式加進來的時候，不少人持保留態度，但陳教授還是把它放進課綱裡面。因為插值多項式，就我們來看，其實只是某些特定的技巧，並不是基本的數學原理。因為大致來說，傳統處理的方法，用聯立方程組就可以解決，不一定需要用到插值多項式。後來 99 課綱基本上是拿掉了插值多項式，但又不敢完全拿掉，就在備註裡面提到，學聯立方程組時可以用插值多項式來補充。我個人覺得，連這樣都不需要，高中其實沒有必要談插值多項式。也就是說，從數學教授的觀點來看，《十二年國教課綱》還是有一些內容不一定需要存在，比如積分的一些技巧，也不見得必要。

另外，《十二年國教課綱》所強調的「螺旋式教學」。我個人是非常贊同螺旋式教學的。螺旋式教學的概念，就像一條螺旋線，有一個軸的方向，大家圍繞這個軸，一直往上環繞，最終有一個主要目標。這表示一個題材會一再出現，不會說學一次就結束，之後 3 年都不再碰。這個理念我很贊同。但是我覺得《十二年國教課綱》裡螺旋式教學的使用並不算成功。原因是它把高中數學一些比較大的題材切成幾塊，高一學一塊，高二學一塊，高三再學一塊。第一個問題就是「分塊」並不是螺旋式教學的本質。螺旋的重點應該是「有一個主軸方向」。分塊的問題，如「指數對數」，高一學一點點，稍微介紹對數的概念，連結一下指數，然後就停了，對數律則要到高二才教。對數如果只停在定義，沒有對數律，學生對這個函數的感覺就不完整。等到高二要學對數律時，教師還得再從對數的定義重新教起。所以有些高中教師就抱怨，這樣教學時間花得太多，因為要花很多時間複習。所以我覺得像指數函數、對數函數，並不一定要一次教完，但也沒有必要切割成高一、高二、高三。三角函數也有類似的情況，機率也是一樣。結果就是，課綱設計者對「螺旋式」的分段有點過度執著，導致題材切得太細。當然，螺旋式教學並不是容易的事。但我認為未來應該更清楚地對應到學生需求。以數 A 的學生為

例，他們在大學幾乎一定會學微積分，也很大機率會學機率統計，甚至基本的線性代數。這3門課基本上界定了「中度或高度數學需求」學生的能力需求。即使在AI時代，我們也不能因為AI的存在就覺得可以學更少。也許有些細節可以不必學，但某些內容反而要學得更多，才能理解AI，或有效使用AI。

以微積分來說，最重要的概念就是「函數」。整門課不論微分還是積分，都在處理函數。從最簡單的單變數實數值函數，到單變數的極限值函數，再到多變數實數值函數、多變數的極限值函數，核心還是「函數」。但《十二年國教課綱》的安排是高一介紹一次函數、二次函數，高二有一點三角函數，到高三才正式介紹抽象的函數概念。問題是，高三的學習情境往往很困難，學生其實很難好好掌握。結果學生對函數概念普遍偏弱，高一只知道一次函數的形式，高二學到一些三角函數，但整個「函數」的抽象概念不足。其實函數概念應該是螺旋式教學中最重要的一個主軸。另一個主軸是「座標空間與向量空間」的概念。高一學平面直線或圓，高二學三度空間，然後再談直線、平面。這一部分，我要肯定《十二年國教課綱》，它比之前更重視向量空間的觀點，也就是線性代數的基礎。未來可以更強化，從二維到三維，從單純解方程式，提升到空間結構的理解。

最後是「機率與決策」。日常生活中，我們常常要做判斷與決策。數學上，極大值極小值，就是一種幫助決策的方式。當牽涉到隨機現象時，決策往往依賴事件發生的機率大小，或期望值的高低。統計就是幫助蒐集資訊，支持我們做出判斷。這樣的主軸，也能成為螺旋式教學的一部分，讓數學與現實需求更貼近。所以說，螺旋式教學不應該是把主題分割得很細，而是應該抓住核心主軸，不斷回扣、深化。我覺得未來在這方面還有很多可以改進的空間。

## 數學能提升國力，就應重視中堅分子整體能力； 而不是將數學普及化

李華介：我想回應林碧珍教授的說法，就是我們並沒有說數學要變難。我剛才也提到，其實《十二年國教課綱》潘教授已經講很多了，我只是想說內容基本上是可以的，但是有一些細節被限制了。我比較希望看到的是「整體國力的提升」。現在給我的感覺並不是這樣，反而讓大家覺得課綱的想法就是「數學沒有那麼難，你們也能學數學」，有點這樣的感覺。但我本身是希望它能夠銜接到大學的課程。簡單來講，我比較希望課綱能支持人才培養，而不是只是降低標準。因為我們國家的人才培養，可能沒有辦法只聚焦在最頂尖、最天才型的學生，畢竟人口數比不過其他國家。但我認為，我們從以前到現在，數學學習的整體價值與內容，其實是足以支撐我們的國力提升，而不是透過削減或限制。問題是，課綱常常在某些主題上「只停在這裡」，再深入一點就不行了。可是數學的學習過程，往往是你進一步學下一個東西時，才會真正理解前一個東西，而不是突然停在一個位置。就像潘教授說的，學  $\log$  卻不知道對數律、指數律的性質，那我們學對數幹嘛？對數的精神就是把複雜的乘法簡化為加法。如果只介紹符號，學生就無法真正理解。所以我覺得課綱不應該有這麼多限制。當然這不是否定「平等」的意義，但所謂的平等，不應該是壓低標準，甚至讓本來可以發展的學生變得不平等。尤其在談「多元」的現在，我們更應該幫學生想一想。因為他們有太多訊息要接收，他們很可能就是「教師教什麼，我會了就好」，不會再多想。如果再加上課綱的限制，就會出現一些問題。比如說，以前在大考中心，考完後會找高中教師談當年學測題。以前聽到的意見，大多是「題目太難」，而且通常來自一些社區型的高中或補習班教師，但現在卻不同了。今年我們聽到的，連前面志願學校的教師都說題目太難，這對我來說很奇怪。《十二年國教課綱》後，本來以為不會再有這種抱怨，結

果事實上還是一樣，甚至有「超綱」的說法。有前面志願高中教師提到一件事，他說《十二年國教課綱》不談「除法分離係數」，結果建國中學的教師發現，學生操作多項式的效率變差了。他說自己出了一些多項式的題目，其他教師問他「會不會太簡單」，結果學生做得很慢，甚至沒做完。他只好回報給大考中心說「學生程度變差了，不要出太難」。這在以前的建中幾乎不可能出現，因為以前這些學校總是希望題目難一點，學生都能展現實力。這次我也聽到前面志願學校的教師提到，《十二年國教課綱》給的印象是「只要大致知道函數長什麼樣子就好」，所以現在為什麼還要確實知道它的形狀？但事實上課綱從來沒有寫過這句話。為什麼他們會有這種印象？很可能是課綱相關教師在外面說了一些課綱以外的話，讓教師們誤解了。我的意思是，現在教師們好像能接受學生程度下降的事實，甚至也會說「國中沒有銜接上來，高中就不要出那麼難好不好？」這種狀況讓我更擔憂。因為教師們不是在想「怎麼提升」，而是在要求「不要太難」。

接下來我想談的是，我們是不是有太多口號？比如「多元」、「素養」、「同理心」等。當然這些很重要，但學生本來就已經有很多多元的資訊，為什麼我們還要加更多？數學的思維和其他領域不同，數學的特點就是要簡單、要專注，在一個問題上好好解決。太多口號、太多資訊，反而干擾了數學的本質。就像考招制度。高三學生要準備學測，同時還要學比較深的數學內容（如微積分）。我自己回想起當學生時，覺得根本不可能同時掌握這兩件事。考試是最重要的，我一定會專注在考試，所以高三的學習常常被犧牲。我在審查申請師大數學系學生資料時也發現，高一、高二的數學成績可以有 80、90 分，但高三就一大堆不及格。因為他們把心力放在學測準備上。所以問題是，我們有沒有真正設身處地想過：學生在考試的同時，還能不能繼續學新東西？如果考招制度不改變，那課綱是不是也要注意這一塊？能不能讓高三的學習更有效？就像潘教授說的，如果能更整合，高三在學習新東西的同時，也能把高一、高二的內容複習回來，這樣可能會比較好。



## 人才培育導向的數學課程綱要

許慧玉：每位教授都提出了非常關鍵且具有啟發性的意見。從數學教育與大學入學考試的雙重觀點來看，這些意見其實都指向同一個核心——也就是「以人才培育為導向」的數學課程綱要。剛才李華介教授也提到，「齊頭式平等」並不是數學教育應該追求的目標。數學教育真正希望達成的，是在人才培育的脈絡下，能根據不同學生的需求，提供多元且適切的支持。

在這樣的基礎上，接下來的第三輪討論可能還會有更多回應與延伸。我想，目前數學教育界已經提出了許多值得深思的方向：例如，林福來教授談到如何借鏡 OECD 的理念，協助學生更全面地建構能力；林碧珍教授則提出，在 AI 世代下，我們應重新思考 AI 在數學教育中的定位；而潘戎衍教授與李華介教授則從學生的角度出發，思考高中階段應如何讓學生的數學學習更紮實、更具系統性。

因此，若各位教授在這些議題上還有進一步的想法，我們會在第三輪討論中，提供更多的發言時間與交流空間。

## AI 時代的數學教育是變得更個性化、互動化和全球化

林碧珍：剛剛討論的，不管是在學習內容，或者是學生能力的培養，未來數學課程的發展，如果以小學教育，是要培養小學生去適應未來 20 年後的社會。在這樣的情況下，今天我談論的立場是定位在 AI 時代下的數學課程發展。不管在科技或者是工具的革新，AI 時代對我們數學教育的理念、方法還有目標，都可能會產生很大的影響，需做轉型與改變。以課程目標而言，最重要的是要培養學生去面對複雜的現實社會，需具有批判性思維，比如說 AI 產生的數學解答，可能是錯誤的，學生要有能力去偵錯，就需要批判性思維、創新以及跨學科能力。如果我們在小學階

段有這樣的跨學科、跨文化的合作能力，未來在國高中，學生就能往  $\pi$  型人才發展。以學習的觀點，學生不只是知識的接收者，需要是積極的探索者及提問者。我今天特別強調提問能力，用 AI 就是要下對指令。許多數學問題或生活問題，AI 都可以幫我們解決，在 AI 時代，解決問題的重要性，似乎不如提問問題的那麼重要。另外 AI 和科技的輔助，數學教育變得是個性化、互動化且全球化，幫助學生適應未來社會的需求。

## 課綱領域的時數分配爭議

林福來：我想就我在提綱的部分，已談了一些每一次課綱在制定時比較有爭議性的議題，現在簡單回應一下。第一個大概就是大家在爭取的上課時數問題，3 個時期的情況其實很不一樣。1970 年代的時候，一點問題都沒有，你訂多少就是多少，它很重要就很重要。到了九年一貫的時候，曹亮吉參與各個學科領域的上位委員會，所以他在互動底下就認為數學的時數確實可以稍微降低，所以那時候的數學時數有減少了一點。到了《十二年國教課綱》時則是大幅下降，尤其在高中階段。因為他們希望抓出一些額外的時間做跨領域學習。做法是，自原來課綱的必修時數只保留四分之三，另外的四分之一做為跨領域學習。問題是數學科，我們原本的分流都是「必選」，也就是雖然高三分流，但數學甲或數學乙一定要選一種，所以每一位高三學生都要學數學，必修數學；但是課綱文件上卻寫成「選修」。這樣一來，在計算總時數時，這些就被視為選修而刪掉了。我們怎麼爭取都沒有用。我甚至還碰過一個課發委員跟我說：「不然你告訴我，一般學生學習三角函數有什麼用？」這樣的問題讓我非常震驚。因為在臺灣，你若是以學科角度去爭取時數，往往會被其他人數較多的領域擋下來。後來的時數分配只好拿其他國家來比：小學、國中數學各國有多少。像德國，小學每天都有數學課，一週 5 小時，因為他們把數學定位為生活與社會最基礎的工具；臺灣就不是這樣，我們沒有最核心目標的學習定位，科目規劃發散掉了。

## 金融數學該入綱嗎？

第二個爭議是數學單元的增刪與簡化。這裡我也呼應一下潘教授剛才的說法，他提到高中階段應該有 3 條主線：一是以函數為核心的微積分，一是以向量空間為核心的線性代數，還有一條是「機率決策」。我覺得這三條線非常重要。我自己一直強調，機率決策特別符合素養教育的精神。舉例來說，我國曾被邀請參加國際的金融數學評比，但我想我們臺灣不敢參加，因為我們根本沒有這樣的課程。金融數學在高中幾乎不存在，頂多在公民課裡隨便提一下。所以如果能把金融數學納入機率決策這條主線，學生會更有感。再來談「螺旋式教學」。螺旋式的重點應該是「連續性」，而不是區塊切割。但《十二年國教課綱》在切割大題材時，往往變成「分塊」而不是「螺旋」。這樣的分割反而打斷了學習銜接。其實螺旋課程也跟高中教師的教學習慣相反。高中教師的習慣是「一個單元教到底」，所有相關問題都集中在該單元處理完。所以課綱制定時，如何協調教師的教學習慣，也就是關鍵的問題。

## 課綱再修訂的注意事項

基本的學習方式，我剛剛提過，PBL × AI 可能會是未來的重要方向。也就是把學習定位為「人機協力解決問題」的過程。工具的強化確實很重要，但不應只看成計算技術的輔助，而是要看到它在概念建構、規律發現等方面的功能。另外，大家也都提到「考試領導教學」的平衡。課綱在寫的時候，常常會有「負面表列」，這其實是一種折衷。因為過去有些教師在單元裡出很多「刁鑽題」，讓學生吃不消，家長、社會反應大，所以課綱才被迫加上「哪些不教」。這樣的負面表列當然不好，因為全民課綱應該讓教師有深入發展的空間，而不是卡死在技術細節上，這部分未來應該要調整。

最後，我想強調，教師才是實踐課綱最重要的人。但現在臺灣的教

科書市場，其實比較難寄望多元，因為市場導向是「教師最容易教的版本」。結果大家都集中到單一化，而不是根據不同學生需求有不同取材方向。也因此，我認為課綱發展應該和教師培訓同步進行，而不是等課綱推出後才倉促宣導。否則最後可能只有極少數教師真正理解，大部分教師依舊沒有參與，這對教材與教學的發展都不利。

## 因應 AI 時代，期望新課綱盡速啓動

潘戎衍：現在很強調的 AI 和數學教育的結合，回應一下，高中數學課綱，有哪些內容可以和 AI 建立一些關聯。上次于靖教授也有提到，其實在電腦科學裡，雖然高中數學內容不可能大幅改變，但某些部分確實和電腦科學比較有關，特別是「演算法」。我稍微看了一下，高中數學裡比較相關的題材，第一個就是「數學歸納法」。這個以前在高中課綱裡有，後來被拿掉放到附錄。原因大概是因為教學現場太過注重形式，教師常常要求學生把格式背下來，照樣寫。但如果能好好教，數學歸納法的精神其實很重要，它基本上就是演算法背後的核心架構：從這一步推到下一步。怎麼教、怎麼實踐當然不容易，但這或許是值得思考的。另外是「輾轉相除法」，以前也在課綱裡，但後來被拿掉。因為 99 課綱和《十二年國教課綱》的主導教授多偏向應用數學，所以跟數論相關的部分大多被弱化。某些弱化我能理解，但輾轉相除法的重要性其實不是算出最大公因數，而是它提供了一個電腦可以執行的演算法架構。這個未來是不是能考慮納入，也值得討論。還有「牛頓切割法」，這在現行課綱裡其實還在，這個方法也跟演算法相關，是可以延伸思考的題材。我覺得數學教學裡很困難的地方是「估計、估算能力」。目前高中數學太強調精確答案，總是要算到正確數值。但「估計」其實很難教。《十二年國教課綱》其實有注意到，比如在講三次函數圖形時，提到「圖形的大域（global）特徵由最高次項決定，而局部（local）則近似一條直線」，

這其實是估算的概念。不過課綱的表述不是很理想，語詞有些問題。但我仍覺得「估算」應該被納入，只是要找到好的教法。

最後要談「分析」與「計算」。我覺得《十二年國教課綱》對「計算」的理解太狹隘，侷限在「按計算機算出一個正確數字」。但廣義的「計算」應該包含演算法、步驟推演，乃至數學推理的整個架構。如何強化學生的「分析能力」，而不是只要精確答案，這是我認為應該努力的方向。這也連結到「離散數學」或「組合數學」。過去這部分在高中教得很差，通常只是大量公式、題型套公式。雖然最近情況有改善，比如「分類討論」、「樹狀圖」，這些其實是比較好的分析與思考方式。也就是說，計算一個東西時，透過分類、分情況處理，再去計算，這樣的方式才符合我們期待的方向，而不是背公式、套公式。最後，目前《十二年國教課綱》看起來因為教育政策的關係，暫時停滯在那裡。但我認為它的確存在不少問題，希望未來新課綱可以是一個「重新啟動、重新思考」的機會。

## 素養真能考得出來？太多口號限縮了學習導向 反而與素養、多元相違背且忽略了核心內容

李華介：我補充一下林福來教授剛才提到的部分，因為他講話有時候比較含蓄，所以我想再展開說明。這裡談到幾個課綱爭議性的地方，其中一個就是「單元的設計」。以前很多人會覺得，課綱的總召或主要負責人是誰，他就會特別重視自己研究的主題。可是我覺得這應該要摒除了，不要因為顧慮到某個領域的平衡，就硬是要塞進一些內容。因為現在學生的訊息量已經太大了，他們沒有辦法再承受太多額外的東西，注重核心就好。我舉一個例子，我很清楚記得，那時候我到國立編譯館幫忙審書，應該是 95 課綱，但我忘了是哪一個版本。當時有一個單元，是陳宏教授提議的「統計上的抽樣調查」。現在其實很常見，如信賴區

間、民調數據等，他的想法其實很好，因為讓學生認識這些名詞，確實能呼應社會實際需求。可是問題出在「考試」，一旦進到考試場域，就和原本的教學目標完全不同了。因為抽樣調查背後牽涉的數學很多，一旦出題就很難處理。我記得有一年考出來的題目，答案選項裡居然沒有人有把握哪個是正確答案。最後只好請陳宏教授出來解釋，因為他最熟，他怎麼說大家就只能接受，結果反而造成了困擾，讓陳宏教授最後決定下一次課綱把這個單元刪掉。理由是：他覺得反而造成學習上的困擾，那乾脆不要放。

其實《十二年國教課綱》有很多素養有關的內容，談到「數學之美」，舉例去介紹單點透視法。昨天我剛好碰到一位美術教師，我就跟他說：「單點透視法其實跟數學有關喔！」他馬上回我：「哪有？」因為他們學透視法就是靠經驗，知道怎麼畫，線條拉一拉，整個透視圖就出來了。他覺得這有什麼數學？我就笑著說：「要是真的用數學的方法，你大概就不會了。」這讓我想到音樂的例子。我自己很喜歡音樂，但不是從小就學。我是到高中才開始喜歡大提琴，後來才去學。雖然我自認拉得還不錯，但讀譜能力一直比不上那些從小學音樂的同學。因為我看五線譜時，其實是靠數學在幫我轉譯。比如說，五線譜有很多位置，我會去數它的高度；再加上有八度音階，我常常是用數字的方式去推。遇到幾分音符、一拍、四分之一拍，我也會用分數去計算它代表的長度。對我來說，讀譜其實是靠數學換算出來的。可是那些從小學音樂的同學完全不需要數學，他們自然而然就能理解。

所以有時候，當你太依靠數學去處理藝術，反而就不美了。像在幾次大考裡，學生考得最差的題目，往往就是單點透視法。這也讓我不太相信，學生會因為這些考試而覺得「數學很美」。相反地，他們可能因此覺得一輩子「數學不美」。所以我想強調的是：課綱在這部分，如果我們談「素養」，素養應該更多來自於教學現場。讓學生在有了一定的成熟度之後，再去體會所謂的美。否則，一旦把這些題材硬放進考試裡，結果可能就背離了我們原來的美意。



## 結語

許慧玉：今天的論壇可說是圓滿而成功地落幕。首先，四位教授從「數學教育」及「數學學科本質」兩個面向，深入檢視了現行十二年國教數學課程綱要。除了會將今天的討論成果整理成專刊報導外，與會學者也共同呼籲，臺灣的數學課程綱要應啟動「微調」機制，針對目前在數學教育現場觀察到的各種現象，提出具體而可行的調整策略。其次，四位教授也形成了一項共識——那就是「數學教育與數位教育整合」已成為不可逆轉的趨勢。同時，我們也意識到，在 AI 世代的背景下，整體的人才培育思維必須要隨之轉變。AI 的出現，不僅推動了數位教育的思維革新，也促使我們重新檢視數學教育的核心價值。正如潘戎衍教授所提到的，未來 AI 人才的培育，是否更應強調演算法、函數，甚至微積分等核心概念？這些內容如何在課程中被更清楚地銜接與整合，形成連貫的學習脈絡，以促進人才的長期發展，的確是值得我們持續深思的議題。

林福來教授剛才也為我們摘述了幾個重點，這些內容未來將成為專刊中整體討論的主要架構，面對充滿挑戰的 AI 世代，我們其實正一步步朝這個方向前進。就像剛剛提到的，韓國已率先推出 AI 導向的數位教科書，顯示這的確是國際趨勢。雖然臺灣在政策推動上仍有多方考量，但從學界的角度出發，我們以清楚勾勒出臺灣數學課程綱要的重要發展方向，而這也正是本次論壇所希望達成的目標。

## 參考文獻

彭杏珠（2025，4月）。產學界吶喊高教隱憂！喊出臺灣高科技危機。遠見雜誌，466，142-157。

[Peng, X.-Z. (2025, April). Academia, industry warn: Higher education woes threaten Taiwan's high-tech future. *Global Views Monthly*, 466, 142-157.]

