

# 芬蘭小學數學教科書國際教育 之內容分析——以五年級 「選修題材」單元為例

陳玟樺

本研究旨在分析芬蘭小學數學教科書國際教育內容，以當前最受學校師生歡迎的 WSOY 版小學數學教科書 *Laskutaito* 為分析對象。本研究以 *Laskutaito in English* 之五年級「選修題材」單元為例，採內容分析法，以「題組」為分析單位。研究發現有二：一、五年級「選修題材」單元的國際教育學習主題至少涵蓋了國家認同、國際素養，以及全球競合力，其中國家認同的學習主題鋪陳最多，國際素養居次，全球競合力則為第三；二、五年級「選修題材」單元安排有計算機融入數學學習的題組、引入歐洲其他國家數學問題的題組，提供了學生運用科技工具解決問題和拓展國際視野之機會。本研究最後提出幾點建議為關心數學教育與國際教育之工作者參考。

關鍵詞：數學教科書、國際教育、芬蘭教育、題組、內容分析

收件：2021年10月12日；修改：2021年12月7日；接受：2022年3月18日

# Content Analysis of International Education in Finnish Elementary School Mathematics Textbooks: The Example of an “Optional Themes” Fifth-Grade Unit

Wen-Hua Chen

This study analyzed the international education content in Finnish elementary school mathematics textbooks. The primary text for analysis was the English version of the WSOY *Laskutaito*, which is the most popular textbook among Finnish school teachers and students. The researcher used the fifth-grade “optional themes” unit as the example for content analysis and “testlet” for analyses. This study explored the WSOY *Laskutaito* using the analysis framework of the learning theme, as well as the substantive implications of international education. The findings are as follows. First, the fifth-grade “optional themes” unit covers at least three international education learning themes: national identity, international awareness, and global competitiveness. National identity is presented most frequently, followed by international awareness and global competitiveness. Second, the fifth grade “optional themes” unit integrates calculators into mathematics learning and directly introduces European mathematics for practice. This enables students to use technology to solve mathematics problems and expand their international awareness. This study provides several suggestions for mathematics educators’ reference.

Keywords: mathematics textbook, international education, Finland education, testlet, content analysis

Received: October 12, 2021; Revised: December 7, 2021; Accepted: March 18, 2022

## 壹、前言

全球化潮流下，國際競爭已逐漸轉為創意與價值層面的挑戰，各國教育改革無不積極開發新的思維與做法，而落實國際教育、培養學生具有國際視野亦是一關鍵作為。為培養 21 世紀人才，我國中小學國際教育目標意圖透過教育國際化的歷程，讓學生了解國際社會、發展國際態度，培育具國家認同、國際素養、全球競合力、全球責任感之國際化人才，更鼓勵學校將國際教育融入課程與教學（教育部，2020）；為培育新世代公民，芬蘭最新的 2016 年課綱乃至於前一版 2004 年課綱，也都強調中小學課程應與國際教育連結，其具體展現如向下紮根的多語文教育、鼓勵學科與真實世界互動等（Finnish National Board of Education [FNBE], 2004, 2016）。

為促進學生的國際視野和國際態度，一般學科課程被鼓勵能融入國際教育。然而，向來被視為較不易連結學科之一的「數學」如何融入？不少研究指出，影響師生數學教學最為關鍵的，乃是數學教科書（Remillard, 2005; Tarr et al., 2008），實因教科書提供數學教學內容、順序及架構（Nicol & Crespo, 2006），是影響教師數學教學之主要因素（Lloyd, 2008），亦是學生數學學習之主要依據（Grouws et al., 2004; Stein et al., 2007），據此推知，透過數學教科書促進學生國際教育相關知能應是重要且可行管道。

王錦雀（2010a, 2010b）指出，芬蘭教科書具有生活化、本土化及國際化之特性，其不僅將全球面向（global dimension）議題融入，課程安排和學習內容從周遭生活出發，兼重國際觀和本土觀，素材亦生動活潑，能培養學生獨立探索知識能力，使學生經歷富有「全球視野、在地思維」學習歷程。鍾靜等人（2014）以連結觀點探討芬蘭國小數學教科書，指出約有三成左右的數學問題蘊含豐富的真實情境和國際觀，有助於拓展學生的國際視野與引起興趣。回顧芬蘭自 2000 年起連續參加國

際學生能力評量計畫（Programme for International Student Assessment, PISA），其中的數學成績表現一直名列前茅，數學教科書作為師生課堂上的重要教學資源誠功不可沒。

基於對培養 21 世紀未來人才和數學教育的長期關懷，研究者於 2018 至 2019 年獲科技部補助至芬蘭蹲點研究，曾就此相關課題就教於芬蘭學者和學校師生。尤其當研究者進入芬蘭課室進行較長期教學觀察時，也親眼見到師生所用數學教科書和其教學歷程常注入有國際教育元素，深刻感受到透過使用教科書的數學課堂有機會促進師生拓展國際視野。基於此，本研究以為，若能對芬蘭中小學數學教科書國際教育內容加以分析，將有助於國人認識與理解芬蘭數學教科書融入國際教育元素之具體樣態，而有機會進一步思索本土可有之積極作為。

目前臺灣尚無專探國外小學數學教科書國際教育內容之分析研究，為使本研究更為聚焦，研究者在既有相關研究基礎上，先以電子郵件方式聯繫過去於芬蘭蹲點時個案學校副校長 E，<sup>1</sup> 向其請益芬蘭小學數學教科書融入國際教育之相關看法。副校長 E 指出，當前芬蘭小學數學教科書中，以編寫歷史超過 20 年、芬蘭最大教科書出版商 WSOY 版數學教科書最受師生歡迎，尤其此版五、六年級的第四單元「選修題材」「能看到很多國際元素的數學題目」（陳玟樺，個人通訊，2021 年 5 月 12 日），建議研究者可從此著手。然而，當研究者仔細閱讀和評估 WSOY 版數學教科書五、六年級共四冊（即 5A、5B、6A、6B）後也發現，此四冊的第四單元「選修題材」無論在內容架構上、組織編排上皆具有相似性，例如，此單元設置主要是前三單元學習統整之應用、複習、推理，以及計算機的使用練習題，且多以題組形式呈現布題。<sup>2</sup> 基於研究篇幅，

<sup>1</sup> 此為研究者於 2018 至 2019 年於芬蘭蹲點時的個案學校副校長。個案學校是一間歷史悠久的芬蘭公立綜合學校，副校長 E 為男性，在校服務年資超過 30 年，是個案學校中最資深教師。

<sup>2</sup> 關於題組的定義，此採 Lee (2000) 定義，就其測驗建構觀點，通常包含一個段落、圖表或其他共同刺激資料（stimulus material），在刺激後附帶一些問題，讓學生依賴此相同刺激回答相關問題。

也為能更深入探索與分析，本研究決定先從 5A、5B 二冊之第四單元「選修題材」著手，以期更深度探討。

緣此，本研究旨在分析芬蘭小學數學教科書國際教育內容，以 WSOY *Laskutaito in English* 5A、5B 二冊的第四單元「選修題材」為分析對象，「選修題材」為該冊前三單元之應用、複習、推理，以及使用計算機的練習題，非全新數學概念之學習內容，在單元配置上，WSOY *Laskutaito in English* 之 5A 共四個單元，依序為「自然數的基本計算」、「小數」、「幾何」、「選修題材」，5B 亦有四個單元，依序為「分數」、「資料處理與機率」、「量測」、「選修題材」。茲將 5A、5B 二冊的各單元名稱、主要學習重點，整理如表 1。

## 貳、文獻探討

### 一、國際教育的意義和其主要內涵

聯合國教育、科學及文化組織（United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization [UNESCO], 2004）指出，國際教育係指國際理解的教育，蘊含在教育系統的課程、活動及教材中，並融入於整個教與學歷程。Hill（2007）從國際和多元文化教育環境中的跨文化理解共同目標的角度來看國際教育，指出國際教育的「國際」具「國與國之間」的意涵，以為關注「國與國之間」的跨文化理解是重要的，他還指出跨文化理解是國際教育的基本組成之一，國際教育已從一種僅與某種類型學校的聯繫，轉變為在特定機構中從事的教育歷程。我國學者陳怡如（2011）指出，國際教育係指發展學生跨文化理解與溝通互動的能力，促進其認識多元文化和國際理解。洪雯柔與郭喬雯（2012）指出，國際教育是以全球一體的概念，認識與理解各種文化、全球議題與關係，期能實踐包容、多元與尊重的世界公民角色。劉美慧（2017）指出，國際教育的最高理想在解決人類所面臨的不公義問題，然諸多議題無法直接

表 1 *Laskutaito in English 5A、5B* 之各單元名稱和其重要學習內涵

冊別 單元	5A	5B
第一單元	自然數的基本計算 認識數字位值結構至 10 億；學習 除法，並熟悉兩位數的除數和可除 性的概念	分數 學習約分，並將它化為最簡分數； 分數與自然數的乘法和除法；分 數、小數及百分比之間關係的回顧
第二單元	小數 理解基於位值系統可延伸表示更小的 數，如到千分位；學習小數與自然 數的乘除，並學習小數與百分數 之間關係	資料處理與機率 學習文氏圖、樹狀圖，以及範圍條 形圖（range-bar graphs）的用法和 解釋；圓餅圖和人口圖之解釋
第三單元	幾何 學習角度的測量、面積和平方公分 的概念；三角形和四邊形的性質與 應用；全等、相似及鏡射	量測 復習和練習體積、長度及質量單位 的使用與單位換算；熟悉一些統計 上的專有名詞，如算術平均值、眾 數、中位數、全距；計算機率
第四單元	選修題材 主要是關於前三單元的應用、複 習、推理，以及計算機的使用練習 等。此單元共六個題組，主題分別 為：Near the Arctic Circle, European mathematics, Conquerors of Mount Everest, In China, In the printing house, Calculator exercise	選修題材 主要是關於前三單元的應用、複 習、推理，以及計算機的使用練習 等。此單元共十個題組，主題分別 為：Under the midnight sun is Sodankyla, The archipelago ring road, Horse business, Fishy business, In the air, Arithmetic in the 1950', European mathematics, Drawing and deducing, Calculator problem, Optional basic exercise

超越個人層次至全球層次來解決，故仍須從個人與團體出發，才能找到解決問題的多元策略與全球視野。由上可知，國際教育是一跨文化理解的溝通與互動，亦是一朝向國際相互理解、促進公平正義的教與學歷程。

關於國際教育的內涵及作法，國際重要組織和一些國家有不少經驗可參。1946 年，UNESCO 的籌備委員會製作《透過教科書看世界》

(*Looking at the World through Textbooks*) 文件，提及了一、二次世界大戰之間為改進教科書而開展的活動，隨後，UNESCO 支持許多相關研討會、雙邊及多邊磋商，如對歷史、社會科學及地理教科書內容加以討論，意圖將教科書中某些錯誤事實和觀點、具爭議性解釋，以及因篇幅過長或過短的不相關論述加以刪除，避免可能造成的種族歧視與傷害。1974 年，聯合國發布《關於人權與基本自由的國際理解、合作與和平之教育建議書》(*Recommendation Concerning Education for International Understanding, Co-operation and Peace and Education Relating to Human Rights and Fundamental Freedoms*)，提及不同社會和政治體系的國家對於人權與基本自由的尊重，以及國際理解、合作與和平應被視為一不可分割的整體，提到內涵可以「國際教育」一詞來概括，並建議將普世價值落實於教育中，這些價值如：(一) 各級和各種形式的教育具有國際層面和全球視野；(二) 了解所有人民及其文化、文明、價值觀和生活方式；(三) 認識人民與國家之間日益頻繁互動的全球相互依存 (global interdependence)；(四) 與他人溝通的能力；(五) 不僅是權利，也包含個人、團體和國家之間彼此職責；(六) 了解國際團結和合作的必要性；(七) 願意參與解決所在社區、國家，以及世界的問題。對於此波全球化和國際化的潮流，不少國家也陸續採取行動、有所回應。

進入 21 世紀後，許多國家也開展國家層級的國際教育政策。例如，英國教育與技能部 (Department for Education and Skills) 於 2004 年發布「將世界融入世界級教育」(*Putting the World into World-Class Education*)，旨在促進英國成為一自信、開放外向型社會，及能在世界發揮貢獻的領先經濟體，積極培養學生國際教育視野和面臨全球經濟下所需技能；美國教育部 (Department of Education) 2012 至 2016 年國際教育策略方案「藉由國際教育與國際參與勝出全球」(*Succeeding Globally through International Education and Engagement*)，指出國際教育的三個目標為加強全球素養 (increase global competencies)、向其他國家學習 (learn from other countries)，以及參與教育外交 (engage in

education diplomacy)；芬蘭教育與文化部 (Ministry of Education and Culture) 於 2008 年首次針對高等教育提出較全面的國際化戰略「2009~2015 年高等教育機構國際化戰略」(Strategy for the Internationalisation of Higher Education Institutions 2009~2015)，共提出 33 項措施和 5 個主題內涵，其中 5 個主題內涵為：(一) 真實的國際化高等教育社區；(二) 提高質量和吸引力；(三) 專業知識輸出；(四) 支持多元文化社會；(五) 全球責任。事實上，誠如前言，芬蘭中小學 2004 年課綱早已有回應，如為使語言教育更加制度化且與歐洲接軌，學校不僅開設多語言課程，語言專家也不斷改編並精進歐洲共同語文參考架構 (Common European Framework of Reference for Languages, CEFR)<sup>3</sup> 系統 (Hilden & Takala, 2007; Niemi et al., 2012)，科學教科書也與 PISA 架構所描述的能力和內容相符 (Lavonen, 2008)。簡言之，無論是國家層級的國際教育政策，或國際教育融入學校的課程與教學，國際教育恐非一種選項，而早已是圍繞於身邊。

2011 年，我國教育部公布《中小學國際教育白皮書》(以下簡稱國際教育 1.0)，以「紮根培育 21 世紀國際化人才」為願景，從融入課程、國際交流、教師專業化以及學校國際化四個面向推動國際教育，目標在培育具備四個特質如國家認同、國際素養、全球競合力、全球責任感之國際化人才 (教育部，2011)。2020 年，公布《中小學國際教育白皮書 2.0》(以下簡稱國際教育 2.0)，以「接軌國際、鏈結全球」為願景，期達到「培育全球公民、促進教育國際化及拓展全球交流」三項目標 (教育部，2020)，為回應十二年國教課程改革需求，國際教育 2.0 將國際教育 1.0 的四大目標轉化為培育全球公民之四大面向「彰顯國家價值」、「尊重多元文化與國際理解」、「強化國際移動力」，以及「善盡全球

<sup>3</sup> 此係由歐洲委員會 (The Council of Europe) 研發與通過，是一套可用來評估語言學習者在所學習語言成就之建議標準。在歐洲，CEFR 被廣泛接受，也有越來越多運用到歐洲以外國家之事實與趨勢，如許多國際性英語文檢定機構如美國托福及我國教育部皆已採用此架構之六級語文能力 (A1, A2, B1, B2, C1, C2) 之評量標準，來理解個人語文程度能力。

公民責任」，並進行內涵補充，且確認出四大目標下共 29 項具體能力指標作為課程發展的指引。此由本土專家研發之指引，實統整自國內外文獻、訪問學者專家分析後所得，信實度厚實，適合作為探究國際教育議題者參考。茲將我國中小學國際教育白皮書重要內涵整理如表 2。

表 2 中小學國際教育之能力指標內涵

	定義／實質內涵 <sup>4</sup>	能力指標內涵		
		基礎能力	中階能力	高階能力
國家認同	國際教育應從認識自我文化出發，讓學生具有本土意識與愛國情操。中小學國際教育之推動，學校能透過國際文化的對照，教導學生深入了解自我文化的特質，認識本土的歷史定位，體認國家在國際社會的相對地位，並喚醒國家意識，正視自己對國家的責任	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 了解我國與世界其他國家的文化特質</li> <li>2. 表現具國際視野的本土文化認同</li> <li>3. 向外國人介紹我國文化特色的能力</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 理解國家發展和全球之關聯性</li> <li>2. 具備國際視野的國家意識</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 從歷史脈絡中理解我國在國際社會的角色與處境</li> <li>2. 正視自己對國家的責任</li> </ol>
國際素養	國際教育應循序漸進，讓學生從外語、文化及相關全球議題的學習中，產生具有國家主體的國際意識。中小學國際教育之推動，學校能透過國際面向課程與國際交流活動，教導中小學生理解、尊重與欣賞不同文化，接觸並認識國際及全球議題，學習跨文化溝通的知識與技巧	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 認識全球重要議題</li> <li>2. 體認國際文化的多樣性</li> <li>3. 具備學習不同文化的意願與能力</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 了解我國與全球議題之關聯性</li> <li>2. 重與欣賞世界不同文化的價值</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 具備探究全球議題之關聯性的能力</li> <li>2. 具備跨文化反思的能力</li> <li>3. 具備跨文化的溝通能力</li> </ol>

(續)

<sup>4</sup> 「十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校議題融入手冊」將此四大目標直接視為「學習主題與實質內涵」標題行文，本研究從善如流之。

表 2 中小學國際教育之能力指標內涵（續）

	定義／實質內涵	能力指標內涵		
		基礎能力	中階能力	高階能力
全球競合力	國際教育應提供中小學生體驗跨國學習機會，激發其跨文化比較的觀察力與反思能力。中小學國際教育之推動，學校能引導學生了解國際間競爭與合作實際運作情形，強化學生參加國際交流及國際教育活動所需的多元外語能力、專業知識與技能，並鼓勵學生體驗國際競爭與合作經驗，厚植邁向國際舞臺的實力	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 認識全球競爭與合作的現象</li> <li>2. 探究全球競爭與合作關係的能力並體認其重要性</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 檢視個人在全球競爭與合作中可以扮演的角色</li> <li>2. 具備參與國際交流活動的能力</li> <li>3. 察覺偏見與歧視對全球競合之影響</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 分析我國在全球競爭與合作關係中的地位</li> <li>2. 具備解讀全球勞動市場的能力</li> </ol>
全球責任感	國際教育應強調對不同族群、地域、文化的尊重包容，以及對於全球的道德與責任，並提倡世界和平的價值。中小學國際教育之推動，學校能教導學生認識及尊重不同族群的異質文化，強調人權與永續觀念，體認世界和平的價值並重視全球環境生態的相互依存性，從日常生活中養成生命共同體的概念，進而產生對整個地球村的責任感	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 認識世界基本人權與道德責任</li> <li>2. 了解並體會國際弱勢者的現象與處境</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 了解全球永續發展之理念並落實於日常生活中</li> <li>2. 尊重與維護不同文化群體的人權與尊嚴</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 辨識維護世界和平與國際正義的方法</li> <li>2. 體認全球生命共同體相互依存的重要性</li> <li>3. 發展解決全球議題方案與評價行動的能力</li> </ol>

資料來源：教育部（2020）；劉美慧等人（2020）。

整體來說，國際教育是一國與國之間的跨文化溝通與互動，內涵涵蓋了國家認同、國際素養、全球競合力，以及全球責任感，目標則在實現公平正義。當今，國際教育已是一重要且必要的運動，<sup>5</sup>對此，學校

<sup>5</sup> 此借用劉美慧（2017）指出多元文化與全球教育為一種「運動」，主要是其需要一群認同其願景的人士共同努力，使其進入課程與教學中，促進學校課程的革新。本研究以為，國際教育的實施與推動也具有相同特性。

有責任促進學生此方面的能力 (Pasternak, 2008)。此外，不少研究試圖區分國際教育、多元文化教育、跨文化教育、全球教育之間異同，然有學者以為這些名詞其實享有共同概念 (陳怡如，2011；劉美慧，2017)。本研究以為，若如 Larsen (2004) 主張國際教育必須融入於課程中，則指將與文化學習、全球議題、國際關聯有關之議題內容 (如全球暖化、文化差異等) 普遍融入各學科的正式與非正式課程中，目的在開展學生對國際議題、全球發展，以及世界和平之理解與意識，培養其具多元文化和國際關懷的態度與行動。基於本研究目的在探究數學教科書的國際教育內涵，根據上述文獻理解，若將「國際教育」視為一種長期且不斷投入的運動，上述名詞除了均享有共同核心概念外，甚至也可能是一相互促成、彼此展演和推進的關係，故本研究採廣義看待，將上述名詞視為同義。

## 二、數學教育與國際教育

數學教育的國際化並非近來才發生，數學是基礎教育中最早具國際性的學科之一 (Robitaille & Travers, 1992)，東西方數學文化交流可追溯漢代張騫鑿空西域、絲路商貿交流綿延時期，彼時古代中國和印度的數學知識傳入阿拉伯與歐洲。16 世紀末，更有耶穌會士沿海上絲綢之路進入中國，帶來西方數學知識，皆推進了東西方數學交流之實質繁榮。此外，一、二次世界大戰之後，許多國家也意圖模仿戰勝國的教育政策，大戰結束後相繼出現的一些國際性組織，如 UNESCO、世界銀行 (World bank) 等，都對發展中國家的數學教育產生巨大影響 (謝明初，2010)，數學教育與國際教育實有密不可分關係。

由前述國際教育的目標和意涵觀之，國際教育融入數學學科的最終目標乃在實現公平與正義，主要關注的是引導學生學習數學時，也能學習尊重與欣賞多元文化、培養自我文化認同的信念、關心全球議題和國際情勢，甚至因應時代脈動或社會需要，發展國際理解、多元文化價值觀與世界和平胸懷。然而，不可否認是，一旦多數國家普遍認可的數學

教育觀，轉化表現為國際化的趨同趨勢後，卻也可能對不同國家和地區的數學課程與教學產生不同結果。Rogers（1992）便指出，若以為數學是一普遍性的語言，進而認為它對所有文化皆有一體適用之特性則是有誤的，實因多數的學習理論皆源於歐洲理性模式，若各國直接套用，也可能衍生不同效果。另一方面，Kuku（1995）也提醒，每一社群亦應避免過分強調某種特定文化環境下的某種特定數學課程，實因過於單一視野，也可能讓社群或國家在日益全球化的時代中，朝向邊緣化處境。換言之，在珍視自我文化價值下，融入具有國際教育視野的數學課程與教學有其重要性和必要性，建立一最低線的全球化或國際化的數學課教水平，應是每一民族可致力的方向。

芬蘭數學課程的發展亦受國際脈動影響。1960年代末至1970年代，芬蘭經新數學（New math）運動、回歸基礎（back to basics）後，1980年代，又受國際數學教育改革影響，轉向重視問題解決（Kupari, 1999），1990年代，教科書內容更積極融入有專門培養思維與問題解決之元素，即多以透過適當的問題情境為佈置，此一時之間雖未受師生廣泛接受（Espo & Rossi, 1996），但此10年可說是芬蘭數學教育碩果累累的10年，更直接影響了下一世代的教科書編製（Pehkonen, 2007）。2000年代，除了持續重視數學認知和技能層面的能力養成外，芬蘭教育家也開始強調數學觀和態度的重要性（Hannula, 2004; Pietila, 2002）。2014年，政府發布新課綱，課綱中也特別注重培養學生學習數學的正向態度與興趣（FNBE, 2016），教科書的編制更被強調要能注意是否引起學生興趣和學習動機。楊德清指出，相較於臺灣，芬蘭數學教科書之所以較為成功的關鍵，主要在於其富有生活化、國際化、跨領域之特性，即教科書內容嘗試與現實生活切身，也意圖透過連結國際元素如以各國國旗或著名建築物來命題以增進學生的國際觀，更不乏結合其他學科如自然科學知識以組織跨領域主題等，這都使學生的數學學習表現與學習動機之能夠兼顧成為可能（林義宏，2021）。

整體來說，數學教育中的基礎知能是世界每一公民都應具備的能

力，全球化無所不在，培養學生自我概念和認同己文化、提升多元文化素養和國際理解等，不僅攸關國家、區域、社會、個人之進步，亦是現代社會下個人生存必要能力。幸而，上述能力亦可透過國際教育相關議題融入數學課程來獲致，以一名小學生來說，便可能透過融入具國際教育元素的數學教科書，來認識自己國家和其他國家的多元文化（數學）教育課題。值得一提是，任一民族或社群或國家的數學知識應具平等地位，接觸國際教育時，仍應從「認識自己」出發，然後循序漸進去認識與理解、尊重與欣賞他國可能不同的數學或文化或重要議題，進而引發跨文化的觀察力與反思力，體認世界和平價值，進而感受對全球負有責任。

### 三、芬蘭小學數學科的任務、教師教學任務及教學目標

根據芬蘭 2016 年課綱，小學數學科任務主要為（FNBE, 2016, p. 252）：

支持學生邏輯性、精確性及創造性數學思維的發展。教與學為理解數學概念和結構奠定基礎，培養學生處理信息和解決問題的能力。由於數學本質的累積性，教學須系統性地進行。在數學教學和學習中，具體和實用的方法均不可或缺，亦可利用資訊與通信科技來幫助學習。

數學教學支持學生對數學的積極態度，及他們作為學習者的積極自我形象。它還可發展學生的溝通、互動及合作技能。學習數學是一種目標導向和堅持不懈的追求，學生也對他們的學習負責。數學教學指導學生了解數學在生活中和更廣泛的社會中的用處。教學和學習都在培養學生以多種方式使用和應用數學的能力。

除了一般性的教學任務內涵，2016 年課綱對不同學習階段師生也各列有不盡相同的數學教學任務、教學目標及關鍵內容領域。教學任務方面，在一至二年級，主要為學生提升豐富經驗，幫助形成和奠定數學

概念和結構的基礎，教學時能運用不同的感官，促進透過具體工具、談話、寫作、繪圖，以及解釋圖像表達數學思維的能力；三至六年級，主要支持技能的發展，尤其能以不同的方式和工具來展示自己的數學思維和解決方案，提供學生建立他們對數學概念和結構的理解的經驗，無論透過獨立或團隊合作來解決問題均相當重要；教學目標方面，一至二年級主要有三：重要性和價值及態度（如：支持學生對數學的熱情和興趣及發展積極自我形象和自信心）、工作技術（如：引導學生發展推理和問題解決技能）、概念目標與特定知識領域目標（如：引導學生理解數學概念和符號）等；三至六年級主要有二：重要性和價值及態度（如：維持學生對數學的熱情和興趣及發展積極自我形象和自信心）、工作技術（如：引導學生基於觀察發展提問和形成合理論的能力）。至於關鍵內容領域方面，一至二年級主要學習內容有思考能力、數字與運算、幾何與測量、資料處理與統計；三至六年級主要學習內容有思考能力、數字與運算、代數、幾何與測量、資料處理與軟體及統計。綜言之，芬蘭小學數學內涵所凸顯的數學知識本質雖不乏抽象，卻也具有廣泛的應用面向和層級，教學目標兼重了認知、情意、技能之向度，對於以多元方式來表達數學思維能力、鼓勵對學習自我負責等，也有相當強調與重視。

事實上，將芬蘭 2016 年課綱和 2004 年課綱做一比較，可知小學數學在教學任務、教學目標，以及關鍵內容領域上均相近。如 2004 年課綱小學數學科任務指出，教師應提供學生發展數學思維機會，將所學的數學概念應用於問題解決，並從中發展學生數學創意思維和精確思考，培養數學思維和執行技能的能力，至於內容領域也涵蓋了數字與運算、代數、幾何、測量，以及資料處理與統計（FNBE, 2004）。那麼，兩個課綱主要差異為何？Niemi 等人（2012）指出，新一波課程改革所強調的主要是在學校文化、學習環境，以及教學方法上改進，較不在知識內容上，而此亦是「不少芬蘭小學教師至今仍沿用 2004 年課綱所編製或修訂之教科書主因」（陳玟樺，個人通訊，2021 年 5 月 12 日）。例如，研究者蹲點芬蘭課室研究時也發現，即使 2016 年新課綱已上路，但課

室中仍沿用 2004 年課綱所修訂的 WSOY 版 *Laskutaito* 數學教科書。

芬蘭小學數學教科書之於師生使用情形如何？Pehkonen（2004）指出，數學教科書是芬蘭師生探究教學的重要資源，其所包含的基礎事實、與日常生活相關的活動與任務，讓師生互動時具正向態度、流暢感，對教師來說，教科書更是維持教學邏輯和保持教學連貫性的重要資源。Niemi（2004）指出，約 53% 的六年級老師認為自己在進行數學教學設計時，教科書會是較佳的備課資源。Niemi 等人（2012）也指出，芬蘭教科書通常是由在校服務且對數學教育有興趣的教師所編，因其對場域熟悉，常編有具各種難易度的任務，有助於不同興趣或學習速度的學生練習，Niemi 等人（2012）也進一步指出，即使當前在市面流通的小學數學版本有五至六個，但這些版本彼此差異並不大，主要是均把握住共同的編製原則如提供充分的基礎練習題與較為複雜的解決問題題型，重點仍在教師是否能善用各種教材，以及如何依學生特性和教學風格來加以組織與運用。

整體來說，無論是芬蘭 2004 年或 2016 年課綱，小學數學科的任務和教學目標均在培養學生對數學的基本概念、結構形成，以及數學思維，鼓勵將所學運用於解決日常生活問題，同時培養具正向積極的學習態度，在關鍵內容領域上，均涵蓋數學基礎重要的事實、概念、原理原則、技能等知識。對芬蘭小學師生來說，數學教科書扮演重要角色，其色彩豐富、附有各種練習引發學習動機等優點，尤其受到低年級學生喜愛（Niemi et al., 2012），這也使透過教科書來促進學生的多元文化、國際理解，以及全球視野等被視為重要途徑。

#### 四、數學問題的類型和呈現方式

數學問題是教科書內容構成的基本單位（Stein et al., 2007），多數教師也都依數學問題來進行教學（徐偉民，2013；Grouws et al., 2004），教科書中的數學問題類型也影響師生教學（徐偉民，2012；Henningsen & Stein, 1997）。Stein 等人（2000）指出，數學問題的類型可依解題時

所需的認知需求，由低至高分為記憶型、無連結程序型、具連結程序型、作數學，前二類解題較側重於應用事實、規則或運算技巧的熟練來解題，後二類解題除了需具備基礎運算能力外，更注重概念與程序之間意義的連結。

數學教科書中問題的呈現包括問題本身的表徵形式、問題是否與學生生活情境有關 (Lesh et al., 1987)。表徵向來做為數學學習與解題之重要媒介，它能幫助思考、解題、溝通及詮釋各種事物和現象，不僅促進數學概念的理解，也能協助應用於真實的數學情境，建立表徵之間的連結與轉換，有助於學生產生有意義學習 (洪郁雯、楊德清, 2006; Perkins, 1997)。Lesh 與 Lamon (1992) 指出，數學問題可分為有情境與無情境兩種類型，學生是否將所學的數學知能應用於生活上，主要在於平日所學的問題是否也貼近於其生活經驗。從數學解題研究發現，數學題目涉及的情境會影響學生的解題 (引自 Verschaffel, 2002)，提供學生解決生活情境的數學題目，會有助於學生將生活中的問題轉化為數學模型、提昇解題能力 (林碧珍, 2003; Gutstein, 2003)。換言之，數學教學或題目所涉及的情境越接近學生的真實生活，越有機會促進學生數學地思考，也更有機會成功解題。

為評估學生在概念理解的完整性，或測量學生高層次認知能力，題組類型的題目受到歡迎 (郭生玉, 1998)。當前的國際閱讀素養進展研究 (Progress in International Reading Literacy Study)、PISA 等，便是以此類型來評估學生數學能力。此外，由於題組類型題目依賴一共同刺激，且受其他因素如專門知識主題影響等，故問題之間非全然獨立 (Yen, 1993)。

整體來說，數學問題在數學教科書中占有關鍵位置，問題本身的表徵形式和是否與學生真實生活情境相關，對學生的數學學習有一定影響。觀之 *Laskutaito in English* 5A 和 5B 之第四單元「選修題材」內容安排，均以題組型題目呈現為主，這些題目透過共同刺激材料的題幹、試題架構或試題內容加以連結，成為一群相關的題目，小至一個數學問題，大則涵蓋了題組本身的內容。

## 參、研究設計與實施

### 一、研究方法

歐用生（2000）指出，內容分析法為透過量化技巧和質性分析，採客觀與系統的態度進行文件內容的探究與剖析，藉以推論產生該文件內容之環境背景和意義的一種研究方法。本研究分析芬蘭小學數學教科書國際教育內容，採內容分析法，透過國際教育學習主題與實質內涵即國家認同、國際素養、全球競合力及全球責任感，來探索小學五年級數學教科書國際教育內容。

### 二、分析單位

內容分析常見分析單位有字、主題、人物、項目、時間與空間單位、段、詞、句等，但以字、句、項目等為分析單位，易脫離主體脈絡、忽視現象本身完整結構性（歐用生，2000）。一般來說，數學教科書單元包含的概念很多，以詞、句、字為分析單位時，恐因數量過多而流於細瑣。本研究分析範圍為芬蘭小學數學教科書 WSOY 版 2007 年修訂 *Laskutaito in English* 5A、5B 二冊之第四單元「選修題材」，此單元由數個「題組」所組成，每一「題組」下尚有數個數學問題的鋪陳。為避免分析時過於支離破碎或斷章取義，也為維持「題組」本身特性，本研究以「題組」為主要分析單位。然特別說明是，基於有欲特別探討的重點，故部分說明時會以「題組」中某些「數學問題」來舉例，以期更能深入解釋。

5A 和 5B 二冊之第四單元「選修題材」中，每一題組都有一主題名稱，以 5A 題組 “In China” 為例，“In China” 即主題名稱，名稱後緊接是數個數學問題，並附有中國長城的實景圖片二張、十二生肖年份對照表一張，圖文表加總起來共兩頁篇幅。關於數學問題，以前三題為例，題號分別為第 24、25、26 題（Saarelainen, 2007a, p. 102）：

24. The construction of the Great Wall of China began 200 years before Christ. It was finished around 1600. How many years did it take to build?
25. It is 245 km from Helsinki to Rauma. The Great Wall of China is ten times as long as the distance from Helsinki to Rauma. How long is the Great Wall of China?
26. Beijing is six hours ahead of Finland. When it is 12.00 in Finland it is 18.00 in Beijing. The flight from Helsinki to Beijing takes 8 hours.
- a) An aeroplane leaves Helsinki at 7.00. What time is it in Beijing when the aeroplane arrives?
- b) An aeroplane leaves Beijing at 20.00. What time is it in Helsinki when the aeroplane arrives?

但第 26 題實則包含 2 個子題（即 a、b 兩題），本研究將每一子題視為獨立一題，故將第 26 題視為 2 題數學問題，以此計算，此題組 “In China” 共 13 題數學問題。

### 三、研究對象

本研究參考既有文獻、研究者芬蘭蹲點個案學校副校長 E 的建議，以及進一步瀏覽 *Laskutatio in English* 數學教科書總共 12 冊後，為能深度分析且考量研究篇幅等，決定先以 *Laskutaito in English* 的 5A 和 5B 二冊之第四單元「選修題材」為研究對象。茲將此二冊之第四單元「選修題材」的各題組主題名稱、數學問題數等，整理如表 3。

表 3 *Laskutaito in English* 5A、5B 之第四單元「選修題材」各題組主題名稱、數學問題數

冊別	題組主題名稱	數學問題數	合計	分析單位數
5A	1 Near the Arctic Circle	10	共 6 個題組，計 95 題數學問題	6
	2 European mathematics	21		
	3 Conquerors of Mount Everest	14		
	4 In China	13		
	5 In the printing house	15		
	6 Calculator exercises	22		
5B	1 Under the midnight sun in Sodankyla	14	共 10 個題組，計 215 題數學問題	10
	2 The archipelago ring road	12		
	3 Horse business	8		
	4 Fishy business	22		
	5 In the air	16		
	6 Arithmetic in the 1950's	14		
	7 European mathematics	13		
	8 Drawing and deducing	14		
	9 Calculator problems	26		
	10 Optional basic exercises	76		

#### 四、分析架構

本研究之內容分析架構主要參考國際教育 2.0 內容，將國際教育的學習主題與實質內涵分為國家認同、國際素養、全球競合力，以及全球責任感，並以（數學）教科書內容舉例，整理如表 4。國家認同方面，主要指教科書內容能呈現認識自我文化，透過國際文化的對照，引導了

表 4 本研究教科書國際教育學習主題與實質內涵之分析架構

	定義	主要內涵／向度	以（數學）教科書內容舉例
國家認同	教科書內容能呈現認識自我文化，透過國際文化的對照，引導了解自我文化特質	了解自我文化特質	呈現古今本土文化、風俗民情之（數學）內容
		認識自我歷史	呈現本土歷史地理之（數學）內容
國際素養	教科書內容能呈現外國文化或語言或相關全球議題，透過國際面向課程，引導理解、尊重與欣賞他國或區域性文化，接觸並認識國際及全球議題	理解／尊重／欣賞不同於本土之文化背景	呈現對不同於本國之文化背景、文化景觀、文化內涵、文化風俗等元素之（數學）內容
		接觸並認識國際及全球議題	呈現國際和全球議題如生態環境、人口、衛生與健康等之（數學）內容
全球競合力	教科書內容能引發跨文化比較的觀察力與反思力，引導了解國際間競爭與合作運作實情	了解國際間競爭與合作實際運作情形	呈現國際之間彼此競爭與合作具體事實之（數學）內容
		強化多元外語能力、專業知識與技能	呈現本土以外的（數學）語言呈現國際交流或活動之（數學）內容
全球責任感	教科書內容能強調對不同族群、地域、文化的尊重包容，以及對於全球的道德與責任，並提倡世界和平的價值	認識及尊重不同族群的異質文化	呈現理解與尊重兩個或多個不同族群文化之（數學）內容
		強調人權與永續觀念	提及人權主題如種族隔離、性別平等，及了解全球永續發展理念之（數學）內容
		體認世界和平的價值	提及世界和平所帶來的價值與重要性之（數學）內容
		重視全球環境生態的相互依存性	觸及本土與他國的環境生態為相互依存關係、對於環境生態全球皆有責任之（數學）內容
		從日常生活中養成生命共同體的概念	提及從日常生活中培養各國為一共同生存生命體系概念之（數學）內容

解自我文化特質，如呈現古今本土文化及風俗民情之（數學）內容等；國際素養方面，主要指教科書內容能呈現外國文化或語言或相關全球議題，透過國際面向課程，引導理解、尊重與欣賞他國或區域性文化，接觸並認識國際及全球議題，如呈現對不同於本國之文化背景、文化景觀、文化內涵、文化風俗等元素之（數學）內容等；全球競合力方面，主要指教科書內容能引發跨文化比較的觀察力與反思力，引導了解國際間競爭與合作運作實情，如呈現國際之間彼此競爭與合作具體事實之（數學）內容等；全球責任感方面，主要指教科書內容能強調對不同族群、地域、文化的尊重包容，以及對於全球的道德與責任，並提倡世界和平的價值，如呈現強調人權與永續的概念、展現世界和平的價值並重視全球環境生態的相互依存性之（數學）內容等。

值得注意的是，教科書中的計算機布題是否為國際教育學習主題仍具討論空間，事實上，多數的數學教育家和國際教育家應都認同是，計算機是一有效且精確的數學溝通資源，然其在數學題目中所扮演是單純的工具性角色，或作為如 PISA 對「數學素養」（Mathematical literacy）的定義：

使用數學概念、程序、事實、工具來描述、解釋、預測現象……有助於了解數學在世界所扮演的角色，也能幫助未來公民做出有所依據且具反思性的判斷與決策。（Organisation for Economic Cooperation and Development [OECD], 2013, p.25）

其功能對於連結國際教育的學習深廣度應具有差異。對此，本研究於分析芬蘭數學教科書中的計算機一類問題時，將在把握住前述國際教育學習主題與實質內涵之相關定義下，更細緻地去一一查看教科書中的計算機布題內涵，以更能進一步判斷其在數學題目中可能發揮或扮演的實質性角色，並將於研究結果中進一步論述之。

此外，誠如文獻所指，數學教科書之編製通常來自能符應數學課綱要求，即使鋪陳有上述國際教育之要素成分，但國際教育本身卻不一定做為主學習，亦非必然涉及對國際或全球議題如尋求替代答案（多元觀點）解

答、背後觀點（價值立場）分析，進而達到價值澄清、方案決定，甚至產生行動之討論等。是以，在評分上，本研究也特別參考 PISA 將試題評量區分出 2、1 及 0 分，這些評分主要針對教科書內容呈現國際教育學習主題與實質內涵之程度作一區別，但非一定與數學知能直接掛鉤。換言之，在國家認同方面，2 分代表該題組已盡可能地呈現古今本土文化、風俗民情之（數學）內容，1 分代表僅少部分有提及，至於 0 分則代表未明確呈現等。

## 五、評分者一致性

歐用生（2000）指出，信度會直接影響內容分析的結果，所以至少要有兩個編碼員，以獨立自主方式共同分析資料，且內容分析的信度應在 0.8 以上。本研究採「相互同意度」進行信度檢定，在教科書國際教育學習主題與實質內涵之分析架構完成後，先邀請一位數學教育專家和一位國際教育專家進行內容審查與修正，再依據完成之分析架構，由研究者和另一位數學教育博士共同進行編碼，其一致性為 0.9（36/40），不一致部分經由討論後也確認出評分內容。

## 肆、研究結果與討論

### 一、五年級數學「選修題材」單元國際教育呈現的學習主題之分析

*Laskutaito in English* 5A 和 5B 二冊之第四單元都以「選修題材」為名，該單元做為前三單元的總複習，以「題組」方式呈現數學問題。根據整理與分析，5A 共六個題組，5B 共十個題組，二冊有兩題組的主題名稱相同（近），即“European mathematics”、“Calculator exercises/problems”，前者乃直接引進歐洲其他國家數學問題，後者則是計算機輔助學習的相關數學問題鋪陳。茲將 5A 和 5B 二冊之第四單元「選修題材」各題組國際教育內涵獲得分數結果呈現如表 5。

根據表 5 可知，5A 和 5B 二冊之「選修題材」單元的國際教育學習主題與實質內涵至少涵蓋國家認同、國際素養及全球競合力。在 5A「選修題材」單元中，有三個題組“Near the Arctic Circle”、“Conquerors of Mount Everest”及“In China”同時涉有國家認同和國際素養之學習主題，其得分分別為 3 分（國家認同 2 分 + 國際素養 1 分）、4 分（國家認同 2 分 + 國際素養 2 分）、3 分（國家認同 1 分 + 國際素養 2 分）；題組“European mathematics”涉有國際素養和全球競合力之學習主題，其得分為 4 分（國家素養 2 分 + 全球競合力 2 分）；題組“In the printing house”涉有國家認同之學習主題，其得分為 1 分；至於題組“Calculator exercises”的內容較無涉國際教育相關學習主題，其得分為 0 分。

在 5B「選修題材」單元中，題組“Horse business”同時涉有國家認同和國際素養之學習主題，得分為 3 分（國家認同 2 分 + 國際素養 1 分）；題組“European mathematics”同時涉有國際素養和全球競合力之學習主題，得分是 4 分（國家素養 2 分 + 全球競合力 2 分）；有四個題組“The archipelago ring road”、“Fishy business”、“In the air”及“Arithmetic in the 1950’s”同時涉有國家認同之學習主題，得分均為 2 分；至於有三個題組“Drawing and deducing”、“Calculator problem”及“Optional basic exercises”的內容則較無涉國際教育相關學習主題，得分為 0 分。

整體來說，*Laskutaito in English* 5A 和 5B 二冊之第四單元「選修題材」的共 16 個題組中，依本研究教科書國際教育學習主題與實質內涵分析架構觀之，有 12 個題組涉及國際教育學習主題，包括：4 個題組都同時涉了國家認同和國際素養之學習主題、2 個題組同時涉及國際素養和全球競合力之學習主題、6 個題組僅涉及國家認同之學習主題，另 4 個題組內容較無涉國際教育相關學習主題。換言之，國際教育呈現的學習主題以國家認同最多，得分 18 分，其次為國際素養，得分 10 分，第三為全球競合力，得分 4 分，至於全球責任感得分則為 0 分。此外，若以單一題組得分來看，5A 題組“European mathematics”、“Conquerors of Mount Everest”及 5B 題組“European mathematics”之得分均 4 分，

表 5 *Laskutaito in English* 5A、5B 之第四單元「選修題材」各題組國際教育內涵的得分

冊別	題組主題名稱	國家認同	國際素養	全球競爭力	全球責任感	總分
5A	1 Near the Arctic Circle	2	1	0	0	3
	2 European mathematics	0	2	2	0	4
	3 Conquerors of Mount Everest	2	2	0	0	4
	4 In China	1	2	0	0	3
	5 In the printing house	1	0	0	0	1
	6 Calculator exercises	0	0	0	0	0
5A 總分		6	7	2	0	15
5B	1 Under the midnight sun in Sodankyla	2	0	0	0	2
	2 The archipelago ring road	2	0	0	0	2
	3 Horse business	2	1	0	0	3
	4 Fishy business	2	0	0	0	2
	5 In the air	2	0	0	0	2
	6 Arithmetic in the 1950's	2	0	0	0	2
	7 European mathematics	0	2	2	0	4
	8 Drawing and deducing	0	0	0	0	0
	9 Calculator problems	0	0	0	0	0
	10 Optional basic exercises	0	0	0	0	0
5B 總分		12	3	2	0	17
5A+5B 總分		18	10	4	0	32

得分最高，其中二題組“European mathematics”所涉及之國際素養和全球競合力各得滿分 2 分，另一題組“Conquerors of Mount Everest”所涉及之國家認同和國際素養也各得滿分 2 分。然值得注意的是，看似較無涉國際教育相關學習主題、得分為 0 分之題組如“Drawing and deducing”、“Calculator problem”及“Optional basic exercises”，所呈現雖多為無情境問題，但以題組“Calculator problem”為例，其學習主題雖與國家認同、國際素養、全球競合力，以及全球責任感之定義較不相符，但以「培養學生使用科技工具如計算機等來輔助學習」觀之，卻可能已是時勢所趨，如張鎮華（2020）所言，我國 108 數學課程綱要研修小組成立之初，即因體認我國學生使用計算工具之能力嚴重落後於國際，故將計算機融入教學訂為課程綱要研修的四大目標之一，就此視角反思，題組“Calculator problem”或也為另一種對國際潮流之回應。

## 二、五年級數學「選修題材」單元國際教育呈現的實質內涵之分析

以下將進一步針對 5A 和 5B 二冊之第四單元「選修題材」國際教育呈現的實質內涵進行分析。以「題組」為分析單位，分為四類：僅涉國家認同之學習主題、同時涉國家認同和國際素養之學習主題、同時涉國際素養和全球競合力之學習主題，以及較無涉國際教育學習主題。以下分析時將各舉一個題組為例來輔助說明。

### （一）僅涉國家認同之學習主題

以 5B 題組“Arithmetic in the 1950's”為例，此題組共二頁篇幅，有 14 題數學問題，在一開始提示語的地方，即揭示“The problems and pictures are from K. Merikoski's 1945 book *Kansakoulun laskentokirja*”，即直接宣告此題組乃直接引自芬蘭本土教師 Kaarlo Merikoski 於 1954 年所編寫之小學教科書 *Kansakoulun laskentokirja*。觀此 14 題數學問題，其情境均以古芬蘭市井生活為背景，分「度量衡的換算練習」（Measurement

of quantity)、「魚市場裡的數學」(At the fish market)、「士兵的供給」(Soldiers' provisions)、「家務事」(Chores at home)等次主題，並穿插多張懷舊圖片，呈現出古芬蘭文化特質及風俗民情之數學內容。

以「魚市場裡的數學」來說，共鋪設有兩題數學問題，其所對應的復習單元為該冊第三單元「量測」，問題旁附有一張魚販與買家進行交易之圖片。此兩題目分別為第 60、61 題 (Saarelainen, 2007b, p. 102)：

60. Edward's mother bought 1kg 450g of Baltic herring and 750g of perch for the stew. How much fish did she buy in total? (Edward 的母親買了 1 公斤 450 克的波羅的海鱈魚和 750 克鱸魚要來作為燉菜用，請問這些魚共多重?)

61. Aaron's mother bought a 1kg 450g pike and a 850g powan. How much did the fish weigh in total? (Aaron 的母親買了 1 公斤 450 克的梭子魚和 850g 的白鮭，請問這些魚共多重?)

若從數學解題技巧來看，此兩題僅需進行重量的複名數計算即可解決，難度並不高。

然值得注意的是，此問題情境特別蘊含有芬蘭特有的地理、歷史及人文意象，如國土緊鄰波羅的海、漁獲是主要維生之一等，此情境不僅使芬蘭人感受熟悉，也易引起重溫對本土地理位置、歷史文化之共同記憶。此外，懷舊圖片中婦人手上所拿的古秤「桿秤」，本作為一種秤重的度量工具，此工具乃根據槓桿原理製成，前端秤鉤吊掛待秤的物體，另一邊則掛上秤錘，經前後移動至兩邊平衡時，秤錘所在位置的刻度即物體的重量，檢閱前三單元並未出現過此度量衡，此時於第四單元「首度」曝光也讓學生有機會進一步認識到古時芬蘭市井生活中所使用的重要數學工具本是謀生工具之一。綜言之，此題組主要呈現認識本土文化，亦能引發進一步理解自我文化特質，甚至思考在時代不斷更迭下度量工具歷史之展演進程，或進一步與他國度量衡工具加以比較等。

## （二）同時涉國家認同和國際素養之學習主題

以 5A 題組 “Conquerors of Mount Everest” 為例，以題組共兩頁篇幅，有 14 題數學問題，此以珠穆朗瑪峰（Mount Everest，以下簡稱珠峰）為故事背景，在一開始提示語的地方，以約 150 字簡介英、美兩國探險家造訪珠峰的歷史，如登峰者姓名、登峰年份、隨行夏爾巴人（Sherpa）人數、行囊負載重量、登峰花費時間等，最後則以簡介芬蘭本土探險家 Veikka Gustafsson 攀登珠峰的榮譽事蹟為題幹的結尾，呈現有不同於本國之文化背景、文化景觀、文化風俗等元素之數學內容。

此題組中，所對應的復習單元正好涵蓋前三單元「自然數的基本計算」、「小數」及「幾何」，附有珠峰的實景照片二張、英國探險家搭帳海拔高度表一張，圖文表加總起來共兩頁篇幅。此 14 題數學問題主要複習重點有三：一、是否理解加、減、乘、除法之意義並解決生活中問題，如第 14 題 “Which year marked the 50th anniversary of Hillary and Norgay’s climb to the peak of Mount Everest?”（哪一年是 Hillary 和 Norgay 登頂珠穆朗瑪峰的 50 週年？）（Saarelainen, 2007a, p. 100）及第 18 題 “On average, how much weight did each of the Sherpas have to carry for the members of the American expedition?”（平均而言，每個夏爾巴人要為美國探險隊的成員背負多少重量？）（Saarelainen, 2007a, p. 101）；二、能認識平面圖形縮放之意義與應用，如第 22 題 “The route is 21 cm long on the map, where 1 cm represents 1,36km. How long is the actual route?”（地圖上的路線長 21 厘米，其中 1 厘米代表 1.36 公里。那麼，實際路線有多長？）（Saarelainen, 2007a, p. 101）；第三、能認識多位小數，並做比較、直式加減及整數倍的計算，如前所提及的第 22 題，便需理解多位小數的計算和一位及二位小數，以及整數的計算方式乃是相同等。

然值得注意的是，此故事背景設定於著名的珠峰，此峰位於中國西藏自治區與尼泊爾薩加瑪塔專區的交界處，是世界海拔最高山峰，假設學生未曾深入其境，但透過紙上風景，亦能窺知其地形險峻、氣勢磅礴，

登峰有其難度。此外，在此題組中，亦能獲知其他相關資訊，如根據這張英國探險家搭帳海拔高度表可知珠峰高度約 8,850 公尺、當地原民夏爾巴人作為珠峰的專業導航員且為登峰者提供路程引導和背負氧氣瓶等裝備服務，後者似也隱喻了“Without a Sherpa, there is no expedition”意涵，讓學習者對此峰有進一步的認識，引導理解、尊重與欣賞他國或區域性文化，甚至接觸重要國際議題。再者，題幹最後也不忘連結回本土歷史，提醒本土第一位成功攀登珠峰且不使用氧氣瓶的探險家是 Veikka Gustafsson，<sup>6</sup>教科書對此人雖未多做著墨，但其事蹟在芬蘭已家喻戶曉。綜言之，此題組同時涉有認識自己和他國的人物歷史、呈現國際地理人文歷史，讓學生有機會透過學習數學時也認識世界，甚至也可能引發其學習興趣而進一步主動探究。

### （三）同時涉國際素養和全球競合力之學習主題

以 5A 和 5B 題組“European mathematics”均二頁篇幅為例，各有 21 題和 13 題數學問題，所有數學問題均來自歐洲其他國家的數學書冊，且以無連結程序型或具連結程序型問題居多。5A 所引入的是德國四年級生專用書 *Xa-Lando 4 Lernen als Abenteuer Mathematics* 的「數字比大小」和「依據提示辨識出馬匹所在的馬廄位置」數學問題，以及 *Nelson Mathematics 4 Pupils Book 2* (1993) 的「依據座標和數對破解密碼並拼出兩組正確英文單字」和「計算表面積」數學問題；5B 引入的是英國 *Exploring Space: Middle* 的「計算正方形與長方形的面積與周長」數學問題，以及荷蘭 *Pluspunt 7, Malmberg* 的「判斷油箱中還能加多少升汽油」和「用直式處理二位小數加減的計算」數學問題。以上不同國家數學問題之引入，有機會呈現外國的數學文化和語言學習，也有機會引發芬蘭學生跨文化比較的觀察力與反思力等。茲將 5A 和 5B 此二題組下所布置的數學問題和其重要複習重點，整理並分析如表 6。

<sup>6</sup> Veikka Gustafsson 是芬蘭人，1968 年 1 月 14 日生。1993 年，成為芬蘭史上第一位成功登上珠峰頂峰者，1997 年，更成為芬蘭史上第一位不使用瓶裝氧氣而成功登上珠峰頂峰者。

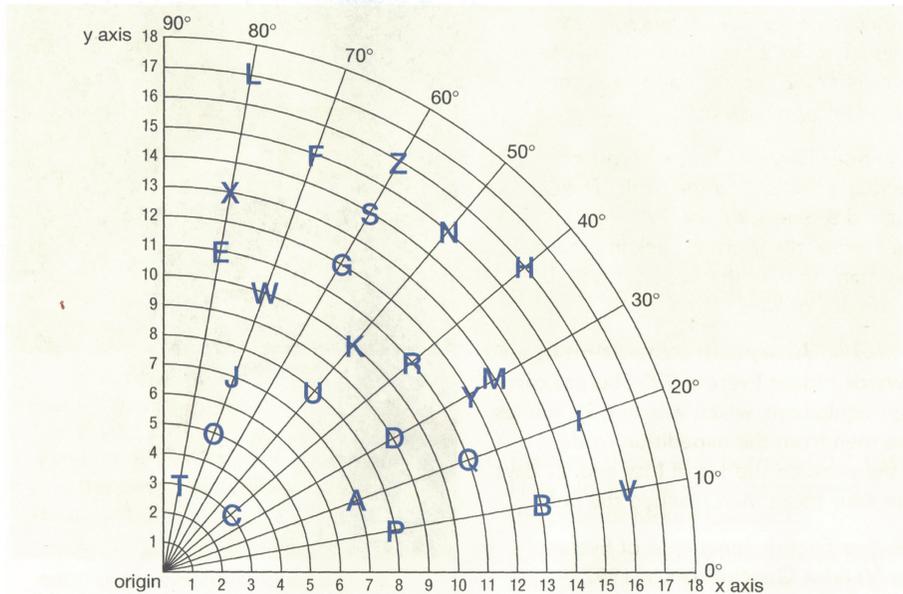
表 6 *Laskutaito in English 5A* 和 *5B* “European mathematics” 的數學問題和其主要複習重點

	引入國別和書冊	數學問題	題數	主要複習重點	主要複習單元名稱
5A	德國 <i>Xa-Lando 4 Lernen als Abenteuer Mathematics</i>	數字比大小	14	1. 二整數（一位數乘以一位數、一位數乘以兩位數、一位數乘以三位數、兩位數乘以兩位數）的乘法運算 2. 比較數的大小	自然數的基本計算
		依據提示辨識出馬匹所在的馬廄位置	1	1. 邏輯推理	小數
	Nelson <i>Mathematics 4 Pupils Book 2</i>	依據坐標和數對破解密碼並拼出兩組正確英文單字	2	1. 角度單位「度」和使用量角器實測角度的經驗	幾何
		計算正方體與長方體的表面積	4	1. 角柱（正方體、長方體）表面積的計算方式	幾何
5B	英國 <i>Exploring Space: Middle</i>	計算正方形與長方形的面積與周長	11	1. 面積單位 2. 平面圖形的內、外部與其周界 3. 正方形與長方形的邊長與周長或面積的關係	量測
	荷蘭 <i>Pluspunt 7, Malmberg</i>	判斷油箱中還能加多少升汽油	1	1. 多元解題策略（連結至除法的意義和解決生活中的問題） 2. 兩整數（三位數除以一位數、兩位數除以一位數）的除法運算	量測
		用直式處理二位小數加減的計算	1	1. 小數直式加減運算 2. 加減互逆，並運用於驗算與解題	分數

資料來源：Domoney 與 Harrison（1993）；Propson（1997）；Thomas（1998）。

然而，歐洲國家數學問題的呈現方式如問題本身表徵形式及問題背景等，多少仍存在國與國之間的文化差異。如芬蘭 5A 第三單元引導學習幾何時，主要是透過量角器進行角度之實測、認識度的單位，以及能做角度之比較和計算，但題組“European mathematics”所引入的「依據座標和數對破解密碼並拼出兩組正確英文單字」問題（圖 1）顯然超出了此學習範疇，即此除了複習如「認識角度單位『度』」，並使用量角器實測角度或畫出指定的角」概念外，欲成功解題或完全理解者，尚須「理

The following exercises are from the book *Nelson Mathematics 4, pupils book 2* (1993).  
Use this grid to break the codes.



What words are spelled by these co-ordinates?

這座標拚出哪些單詞？

12. a)  $(7, 20^\circ)$   $(15, 50^\circ)$   $(12, 60^\circ)$   $(17, 80^\circ)$   $(11, 80^\circ)$

b)  $(9, 30^\circ)$   $(15, 20^\circ)$   $(14, 60^\circ)$   $(3, 80^\circ)$   $(7, 20^\circ)$   $(15, 50^\circ)$   $(3, 40^\circ)$   $(11, 80^\circ)$

圖 1 芬蘭 5A 之第四單元「選修題材」題組“Conquerors of Mount Everest”

第 12 題：依據坐標和數對破解密碼並拼出兩組正確英文單字

資料來源：Saarelainen (2007a, p. 99)。

解座標可用『數』來表示平面和空間中的位置」和「認識或理解前述的『數』可以『角度值』來表徵」等，但此兩概念目前並不在芬蘭 5A 學習範疇中，而是安排於 5B 教科書第二單元「資料處理與機率」裡，這也使得學生恐需進一步探索和了解相關數學概念和關係才能完全理解。

然值得注意的是，此題組“European mathematics”數學問題雖直接引自歐洲其他各國數學相關書冊，但教科書在語文呈現上，常同時呈現雙語，如 5A 的「依據提示辨識出馬匹所在的馬廄位置」引自德國書冊，便以原文德文先呈現一行（“Welches Pferd gehört in welche Box?”）後，再以英文呈現於次一行（“In which stall does each horse live?”），以供學習者解題時參考，使教科書內文富有多種語言樣貌，如圖 2。綜言之，此題組透過直接帶入歐洲數學問題為學生學習數學的國際見識，即使各國數學學習進程不一定相同，內容或表徵也可能存在差異，卻也提供了學生跨越國界數學問題的類型和呈現方式視野的機會。

#### （四）較無涉國際教育學習主題

以 5A 題組“Calculator exercises”和 5B 題組“Calculator problems”均二頁篇幅為例，各有 22 題和 26 題數學問題，所有問題均指引學生運用計算機來輔助解題（如對既有的估算進行驗證）並獲得答案，問題類型涵蓋無連結程序型、具連結程序型、作數學等。此二題組凸顯了計算機作為輔助數學學習的角色與功能，茲以 5A 第 46 題為例進一步說明（圖 3）。

事實上，前三單元並無特別出現引導運用計算機之相關問題。觀察此處數學問題之鋪陳，大多是注重計算機與估算能力的搭配，即要求學生先進行估算之後，再利用計算機來加以驗證答案，由此推知，於此布題顯然期待學生在前三單元習得數學基礎能力後，還能進一步結合使用科技工具如計算機，以再成就應用，程度上，可說涵蓋了更寬廣和豐富的數學學習內涵。

然值得注意的是，科技環境日新月異的今日，以「培養學生使用科技工具如計算機等來輔助學習」視角觀之，計算機融入數學教學可能早已

是世界肯認的學習要件之一，芬蘭小學數學教科書於此有相關鋪陳，將使學生有機會學習如何正確使用計算機、培養其使用技術的純熟與正向態度。綜言之，此題組依本研究教科書國際教育學習主題與實質內涵之分析架構雖歸於「無涉國際教育學習主題」，但如前述，在實質內涵上，若此布題能更進一步地朝向 PISA 所定義的數學素養內涵如引導做出更高層次的現象預測與解釋、有所依據且具更反思性地判斷與決策等之設計，則更有機會促使學生連結至較具深度的國際教育之真實學習。

11. Welches Pferd gehört in welche Box?  
(In which stall does each horse live?)

每匹馬各住在哪個馬廄裡？  
(第一行為原文德文，次一行為英文)

<p>Max</p>  <p>Nobody lives on the other side of me.</p>	<p>Axel</p>  <p>I live between Rosi and Cäsar.</p>	<p>Rosi</p>  <p>I live to the left of Axel.</p>	<p>Lise</p>  <p>I live to the right of Cäsar.</p>	<p>Cäsar</p>  <p>I live between Lise and Axel.</p>	<p>Benni</p>  <p>I live with my mother Lise to the left of Max.</p>
--	--	---	---	--	--

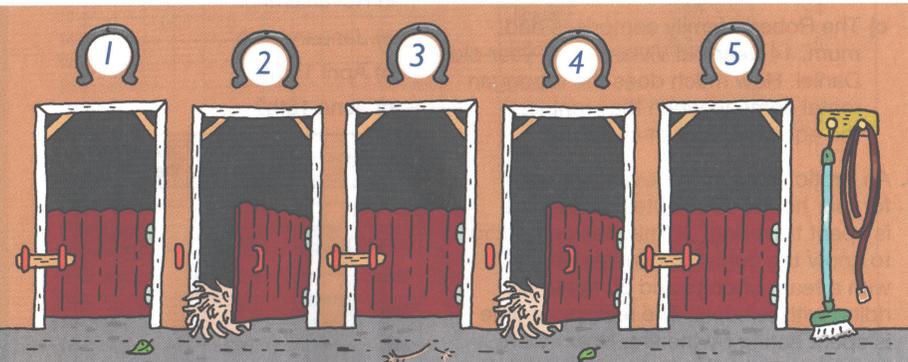


圖 2 芬蘭 5A 之第四單元「選修題材」題組“European mathematics”

第 11 題：依據提示辨識出馬匹所在的馬廄位置

資料來源：Saarelainen (2007a, p. 98)。

估計或心算以下問題，並從方框中挑選出認為的正確答案填入。先不使用計算機，待上述完成後，再以計算機驗證答案。請以“C”標記表示你的估算正確，以“I”標記表示你的估算錯誤。方框中有兩個數字非在正確答案之列中。

46. Estimate the answers or use mental arithmetic. Choose what you think are the correct answers from the box. Don't use a calculator yet. Then check your answers with a calculator and mark your guess correct (C) or incorrect (I). There are two extra numbers in the box.

- |                          |       |                     |       |
|--------------------------|-------|---------------------|-------|
| a) $999 + 999 + 999$     | _____ | f) $99 \cdot 50$    | _____ |
| b) $10000 - 9995$        | _____ | g) $180000 : 60000$ | _____ |
| c) $45000 : 900$         | _____ | h) $101 \cdot 80$   | _____ |
| d) $13585 + 500 - 13585$ | _____ | i) $30 \cdot 91$    | _____ |
| e) $9985 - 2001$         | _____ | j) $27270 : 3$      | _____ |

5	50	300	7984	8080	9090
3	500	6060	2730	2997	4950



圖 3 芬蘭 5A 之第四單元「選修題材」題組“Calculator exercises”  
第 46 題：估算

資料來源：Saarclainen (2007a, p. 106)。

## 伍、結論與建議

### 一、結論

本研究進行芬蘭小學數學教科書國際教育內容分析，主要以芬蘭當前最受師生歡迎的 WSOY 版本小學數學教科書為分析對象，因篇幅關係，在參考既有文獻、芬蘭蹲點個案學校副校長 E 之建議，以及進一

步瀏覽 *Laskutaito in English* 數學教科書共 12 冊後，本研究先聚焦於以複習前三單元為目的、並以題組類型為主要呈現方式的 5A、5B 二冊之第四單元「選修題材」為分析焦點。本研究以題組為分析單位，研究結果發現，在二冊第四單元「選修題材」共 16 個題組中，有 12 個題組涉及國際教育之學習主題與實質內涵，包括：四個題組同時涉及國家認同和國際素養之學習主題、二個題組同時涉及國際素養和全球競合力之學習主題、六個題組僅涉及國家認同之學習主題，在這些學習主題中，以與國家認同的學習主題相關者最多，得分 18 分，其次為國際素養，得分 10 分，第三為全球競合力，得分 4 分，至於全球責任感得分則為 0 分。在此 16 個題組中，即使有四個題組內容看似較無涉國際教育相關學習主題，但進一步探究分析後也發現，其中兩個題組“Calculator exercise”和“Calculator problem”主要是引導學生使用計算機來輔助學習，其布題內涵雖較不明顯地引導學生做出較高層次的反思性判斷與決策，但誠如 National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2015) 所指，計算機的使用有助於促進小學生對於數學學習的理解，基於信息和技術的社會中具備解決問題所需的高階思維和推理能力，復以 WSOY 在教科書的「前言」中也指出，欲幫助學生掌握數學概念並發展學生數學思維和推理能力，善用計算機和電腦是數學學習的重要一環 (Saarelainen, 2007a)，就此觀之，此兩題組雖以無情境的計算機問題鋪陳為主，但引導運用計算機來輔助學習、注重計算機與估算能力之結合等，確實也為是數學教育中學習重要基礎知能的一部分，一旦能進一步朝向以較高層次數學思維題組之設計，將有助學生國際教育學習主題與實質內涵之深度學習。

本研究除了進一步具象化王錦雀 (2010a, 2010b) 和鍾靜等人 (2014) 所提及芬蘭數學教科書具豐富國際觀之具體內涵圖像、呈現數學教科書融入國際教育之可能樣態之外，也指出國際教育融入芬蘭小學數學教科書之組織脈絡，主要仍以認識自我文化的「國家認同」之學習主題居多，讓學生在更深層認識與理解自我文化和地理環境特質的基礎上，再進一

步推進至引導認識與欣賞不同本土之國際與世界文化的「國際素養」，然後再延伸至能引發跨文化思考或多語言認識的「全球競合力」之學習主題上。值得一提是，目前數學教科書看似暫無明顯強調對不同族群文化之尊重包容、呼籲全球的道德責任，以及提倡世界和平價值等的「全球責任感」之學習主題，但從循序漸進、相互補充的學教觀點來思考，國際教育融入數學課程與教學已具相當潛能，未來應有景可許。

## 二、建議

本研究根據研究發現提出三點建議，以供從事數學課程研究者、編修相關教材者，以及數學教學者參考。第一，在數學教科書國際教育內容分析研究上，本研究先著重於芬蘭小學數學教科書 5A、5B 二冊之第四單元「選修題材」國際教育內容分析，研究發現此單元雖有不少國際教育學習主題和實質內涵之數學問題鋪陳，但此單元主要性質為複習前三單元，不在學習全新的數學概念，學習一全新的數學概念之單元可如何與國際教育做出結合，應是未來可再進一步探究與分析的焦點。第二，在編修數學教材內容上，本研究發現，芬蘭小學數學教科書 5A、5B 二冊之第四單元「選修題材」皆以題組類型呈現問題，通常是包括一小段落的文字說明、真實或模擬的情境照片、圖表，或一些示意圖等，並附帶數個數學問題於後，相較於單一獨立的數學問題類型，此類以刺激為本位的題組，其數學問題多少依賴同一刺激材料，若教材組織者或設計者能研發一具有清晰學習目標（如兼顧國際教育與數學教育雙重目標）的題組，並進一步引發較高層次的思考，不僅彰顯題組類型本身特性，也有機會促使學生的雙重目標學習更具深廣度。第三，在從事數學教學上，本研究雖側重於芬蘭小學數學教科書國際教育內容分析，但國際教育的學習主題無論是國家認同、國際素養或全球競合力，其融入數學教育的目標都為實現教育的公平正義，目的在開展學生對國家意識、國際議題、全球發展，以及世界和平之認識與理解，培養具有多元文化素養和人道關懷的正向態度與行動。據此，數學教育工作者不僅會是一

位教導學生數學知能的專家，在把握融入國際教育的積極目的下，也應朝向與學生一同作為具有國際觀和負責任的世界公民為自許。

無論臺灣、芬蘭或其他國家，數學教育向來被視為發展數學與邏輯思考的基礎，對於未來社會活動具有潛在的重要性。然而，全球化和國際化已無所不在，即使學生尚未有機會跨越國界、行萬里路、感受肩負世界公民之責，數學教育工作者仍有必要致力於培養學生的國際觀和世界移動力，換言之，國際教育是每一位學科教師的責任，透過良好的課程組織來引導學生學習學科知識的同時也能學習國際教育，應是重要且急迫、也是較為務實的行動，對此，臺灣或可學習芬蘭小學數學教科書融入國際教育的某些做法，如以題組方式來鋪陳具有國家認同、國際素養、全球競合力，以及全球責任感之學習主題與實質內涵的國際教育內容，將科技輔助數學學習作為課程內容互動的常態，以及適時引入他國數學題材以為見識與練習等，應有機會促進學生數學能力與數學視野之提升。

#### 致謝

本文為行政院科技部補助專題研究計畫「師生共構以現象學習為取徑的CLIL跨領域數學課程」(MOST 110-2410-H-152-001)之部分研究成果，特此致謝。

## 教科書參考書目

- Domoney, B., & Harrison, P. (Eds.). (1993). *Nelson mathematics 4 pupils book 2*. Thomas Nelson.
- Propson, I. (Ed.). (1997). *Xa-lando 4 lernen als abenteuer mathematics*. Schöningh.
- Saarelainen, P. (Ed.). (2007a). *Laskutaito 5A in English*. WSOY.
- Saarelainen, P. (Ed.). (2007b). *Laskutaito 5B in English*. WSOY.
- Thomas, D. (Ed.). (1998). *Exploring space: Middle*. Prim-Ed.

## 參考文獻

- 王錦雀 (2010a)。媒體識讀怎麼教？*媒體識讀教育月刊*，**89**，2-4。  
[Wang, C.-C. (2010a). How to teach media literacy. *Media Literacy Education Monthly*, *89*, 2-4.]
- 王錦雀 (2010b)。學習分享，分享學習——芬蘭全球競爭力第一的秘密。*T&D 飛訊*，**105**，1-21。  
[Wang, C.-C. (2010b). Learn to share, share to learn: The secret to Finland's No. 1 global competitiveness. *National Academy of Civil Service: Training & Development*, *105*, 1-21.]
- 林義宏 (2021, 6月30日)。「我不喜歡數學！」嘉大楊德清談臺灣中小學數學課本發生了什麼事？*人文島嶼*。https://humanityisland.nccu.edu.tw/yang-d-c/
- [Lin, Y.-H. (2021, June 30). "I don't like math!" Dr. Der-Ching Yang of National Chiayi University talks about what happened to mathematics textbooks for elementary and middle schools in Taiwan. *Keep Thanking*. https://humanityisland.nccu.edu.tw/yang-d-c/]
- 林碧珍 (2003)。生活情境中的數學。*新竹縣教育研究集刊*，**3**，1-26。  
[Lin, P.-J. (2003). Mathematics in real life. *Bulletin of Hsinchu County Educational Research*, *3*, 1-26.]
- 洪郁雯、楊德清 (2006)。具體表徵融入數學教學之探究。*屏師科學教育*，**23**，30-38。  
[Hong, Y.-W., & Yang, D.-C. (2006). An inquiry on the integration of concrete representation into mathematics teaching. *Science Education of National Pingtung University of Education*, *23*, 30-38.]
- 洪雯柔、郭喬雯 (2012)。建構國際教育融入課程的教師專業成長團體規劃模式：三所偏鄉學校策略聯盟的經驗。*課程研究*，**7** (2)，55-83。https://doi.org/10.3966/181653382012090702003
- [Hung, W.-J., & Kuo, C.-W. (2012). Constructing a curriculum design model for infusion of international education: A case of strategic alliance among three rural elementary schools. *Journal of Curriculum Studies*, *7*(2), 55-83. https://doi.org/10.3966/181653382012090702003]
- 徐偉民 (2012)。從數學問題的實施探究一位部落小學教師的數學教學。*屏東教大科學教育*，**36**，53-77。  
[Hsu, W.-M. (2012). From mathematics tasks implementation to explore an elementary teacher mathematics teaching in an indigenous school. *Science Education of National Pingtung University of Education*, *36*, 53-77.]
- 徐偉民 (2013)。國小教師數學教科書使用之初探。*科學教育學刊*，**21** (1)，25-48。https://doi.org/10.6173/CJSE.2013.2101.02

- [Hsu, W.-M. (2013). Investigation of elementary mathematics textbooks use in classrooms in Taiwan. *Chinese Journal of Science Education*, 21(1), 25-48. <https://doi.org/10.6173/CJSE.2013.2101.02>]
- 張鎮華 (2020)。素養導向的 108 數學課程綱要面面觀。高中數學學科中心電子報, 164。 <https://ghresource.mt.ntnu.edu.tw/uploads/1609225597645P5rQdfh7.pdf>
- [Chang, G.-H. (2020). Aspects of the literacy-baesd 108 mathematics core curriculum. *Math Education Resource Center*, 164. <https://ghresource.mt.ntnu.edu.tw/uploads/1609225597645P5rQdfh7.pdf>]
- 教育部 (2011)。中小學國際教育白皮書。
- [Minister of Education. (2011). *A white paper on international education for primary and secondary schools.*]
- 教育部 (2020)。中小學國際教育白皮書 2.0。
- [Minister of Education. (2020). *A white paper 2.0 on international education for primary and secondary schools.*]
- 郭生玉 (1998)。心理與教育測驗。精華。
- [Kuo, S.-Y. (1998). *Psychological and educational test*. Essential.]
- 陳怡如 (2011)。臺灣中等學校國際教育實施現況與未來發展。教育資料集刊, 50, 1-26。
- [Chen, I.-R. (2011). Implementation and future development of international education in secondary schools in Taiwan. *Bulletin of the National Institute of Education Materials*, 50, 1-26.]
- 劉美慧 (2017)。多元文化教育與國際教育的連結。教育脈動, 12。 [https://teric.naer.edu.tw/wSite/metadataFile/metaDoPack.jsp?xItem=1993276&OWASP\\_CSRFTOKEN=EUSR-2SJW-O0NZ-156L-ZMVO-Z77O-0UH7-JXPZ](https://teric.naer.edu.tw/wSite/metadataFile/metaDoPack.jsp?xItem=1993276&OWASP_CSRFTOKEN=EUSR-2SJW-O0NZ-156L-ZMVO-Z77O-0UH7-JXPZ)
- [Liu, M.-H. (2017). The link between multicultural education and international education. *Pulse of Education*, 12. [https://teric.naer.edu.tw/wSite/metadataFile/metaDoPack.jsp?xItem=1993276&OWASP\\_CSRFTOKEN=EUSR-2SJW-O0NZ-156L-ZMVO-Z77O-0UH7-JXPZ](https://teric.naer.edu.tw/wSite/metadataFile/metaDoPack.jsp?xItem=1993276&OWASP_CSRFTOKEN=EUSR-2SJW-O0NZ-156L-ZMVO-Z77O-0UH7-JXPZ)]
- 劉美慧、洪麗卿、張國恩 (2020)。中小學國際教育能力指標之建構與運用。中等教育, 71 (2), 17-39。 [https://doi.org/10.6249/SE.20200671\(2\).0011](https://doi.org/10.6249/SE.20200671(2).0011)
- [Liu, M.-H., Hung, L.-C., & Chang, K.-E. (2020). Construction and application of competence indicators for international education for elementary and secondary schools. *Secondary Education*, 71(2), 17-39. [https://doi.org/10.6249/SE.202006\\_71\(2\).0011](https://doi.org/10.6249/SE.202006_71(2).0011)]
- 歐用生 (2000)。內容分析法。載於黃光雄、簡茂發 (主編), 教育研究法 (頁 229-254)。師大書苑。
- [Ou, Y.-S. (2000). Content analysis. In G.-X. Huang & M.-F. Jian (Eds.), *Educational research methods* (pp. 229-254). Lucky.]

- 謝明初 (2010)。全球背景下的數學課程改革。《數學傳播》，34 (2)，82-90。  
[Hsieh, M.-C. (2010). Mathematics curriculum reform in the global context. *Mathmedia*, 34(2), 82-90.]
- 鍾靜、林鳴芳、白玉如 (2014)。以不同觀點分析問題探討芬蘭國小數學教科書。《教科書研究》，7 (1)，31-79。https://doi.org/10.6481/JTR.201404\_7(1).02
- [Chung, J., Lin, M.-F., & Pai, Y.-J. (2014). A Study of math textbooks used in Finnish elementary schools analyzed from various perspectives. *Journal of Textbook Research*, 7(1), 31-79. https://doi.org/10.6481/JTR.201404\_7(1).02]
- Espo, K., & Rossi, M. (1996). *Matka matematiikkaan: Oppikirjasarja* [A journey to mathematics: A textbook series]. Edita.
- Finnish National Board of Education. (2004). *National core curriculum for basic education 2004*. Next Print Oy.
- Finnish National Board of Education. (2016). *National core curriculum for basic education 2014*. Next Print Oy.
- Grouws, D., Smith, M., & Sztajn, P. (2004). The preparation and teaching practice of U.S. mathematics teachers: Grades 4 and 8. In P. Kloosterman & F. K. Lester (Eds.), *Results and interpretations of the 1990 through 2000 mathematics assessment of the national assessment of educational progress* (pp. 221-269). National Council of Teachers of Mathematics.
- Gutstein, E. (2003). Teaching and learning mathematics for social justice in an urban Latino school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 37-73. https://doi.org/10.2307/30034699
- Hannula, M. S. (2004). Attitude towards mathematics: Emotions, expectations and values. *Educational Studies in Mathematics*, 49(1), 25-46. https://doi.org/10.1023/A:1016048823497
- Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhabit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524-549. https://doi.org/10.2307/749690
- Hilden, R., & Takala, S. (2007). Relating descriptors of the Finnish school scale to the CEF overall scales for communicative activities. In A. Koskensalo, J. Smeds, P. Kaikkonen, & V. Kohonen (Eds.), *Foreign languages and multicultural perspectives in the European context* (pp. 291-300). Lit Verlag.
- Hill, I. (2007). Multicultural and international education: Never the Taiwan shall meet? *International Review of Education*, 53, 245-264. https://doi.org/10.1007/s11159-007-9048-x
- Kuku, A. (1995). Mathematics education in Africa in relation to other countries. In R. Hunting, G. Fitzsimons, P. Clarkson, & A. Bishop (Eds.), *Regional collaboration in mathematics education* (pp. 403-423). Monash.

- Kupari, P. (1999). *Laskutaitobarjoittelusta ongelmanratkaisuun. Matematiikan opettajien matematiikkauskemukset opetuksen muovaajina* [From practising computational skills to problem solving. Mathematics teachers' mathematical beliefs and the construction of their teaching]. Institute for Educational Research, University of Jyväskylä.
- Larsen, D. C. (2004). The future of international education: What will it take? *International Education*, 34, 51-56.
- Lavonen, J. (2008). PISA 2006: Scientific literacy assessment. In J. Hautamäki et al. (Eds.), *PISA06 Finland: Analyses, reflections and explanations* (pp. 67-113). Ministry of Education.
- Lee, G. (2000). A comparison of methods of estimating conditional standard errors of measurement for testlet-based test scores using simulation techniques. *Journal of Educational Measurement*, 37(2), 91-112. <https://doi.org/10.1111/j.1745-3984.2000.tb01078.x>
- Lesh, R., & Lamon, S. J. (Eds.). (1992). *Assessment of authentic performance in school mathematics*. American Association for the Advancement of Science.
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representation and translation among representation in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problem of presentation in teaching and learning of mathematics* (pp. 33-40). Laurence Erlbaum.
- Lloyd, G. M. (2008). Curriculum use while learning to teach: One student teacher's appropriation of mathematics curriculum materials. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(1), 63-94. <https://doi.org/10.2307/30034888>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2015). *Calculator use in elementary grades*. <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Position-Statements/Calculator-Use-in-Elementary-Grades/>
- Nicol, C., & Crespo, S. (2006). Learning to teach with mathematics textbooks: How preservice teachers interpret and use curriculum materials. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 331-355. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-5423-y>
- Niemi, E. (2004). *Perusopetuksen oppimistulosten kansallinen arviointi ja tulosten hyödyntäminen koulutuspoliittisessa perusopetuksen matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 6. Vuosiluokalla vuonna 2000* [The national evaluation and kontekstissa. Exploitation in education policy of learning results in primary education. The national evaluation of the education outcomes in mathematics in the sixth grade of primary education in the year 2000]. Turun yliopiston.
- Niemi, H., Toom, A., & Kallioniemi, A. (Eds.). (2012). *Miracle of education: The principles and practices of teaching and learning in Finnish schools*. Sense.
- Organisation for Economic Cooperation and Development. (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en>

- Pasternak, M. (2008). Is international education a pipe dream? A question of values. In M. Hayden & J. Thompson (Eds.), *International education principles and practice* (pp. 253-275). Taylor & Francis.
- Pehkonen, E. (2004). The magic circle of the textbook: An option or obstacle for teachers change. In M. J. Hoines & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th conference of the international group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 513-520). Bergen University College.
- Pehkonen, E. (2007). *Problem solving in mathematics education in Finland*. University of Helsinki.
- Perkins, D. (1997). What is understanding? In M. S. Wiske (Ed.), *Teaching for understanding: Linking research with practice* (pp. 39-57). Jossey Bass.
- Pietila, A. (2002). *Pre-service elementary teachers' views of mathematics: The role mathematics experiences in forming the views of mathematics*. Department of Teacher Education, University of Helsinki.
- Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211-246. <https://doi.org/10.3102/00346543075002211>
- Robitaille, D. F., & Travers, K. J. (1992). International studies of achievement in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 687-709). National Council of Teachers of Mathematics.
- Rogers, L. (1992). Then and now. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 22-23.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. Teachers College.
- Stein, M. K., Remillard, J., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319-369). Information Age.
- Tarr, J. E., Reys, R., Reys, B., Chávez, Ó., Shih, J., & Osterlind, S. (2008). The impact of middle-grades mathematics curricula and the classroom learning environment on student achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(3), 247-280. <https://doi.org/10.2307/30034970>
- United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization. (2004). *What is international education? UNESCO answers*. <http://unesdoc.unesco.org/images/0013/001385/138578e.pdf>
- Verschaffel, L. (2002). Taking the modeling perspective seriously at the elementary school level: Promises and pitfalls. In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th annual conference of the international group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 64-80). Norwich.
- Yen, W. (1993). Scaling performance assessment: Strategies for managing local item dependence. *Journal of Educational Measurement*, 30, 187-213.